Res.
A. civ.
105

A CLV. 105

Ch. Wink. del. Söckler sc. 1779.

PR.2775c.a.

R

Handbuch

für

Ingenieurs und Bauleute,

enthält

die reine Theorie des Drucks der Erde auf allerlei Mauern bei Pracht- und andern Gebäuden, bei Futtermauern in Festungswerken, an Weinbergen, öffentlichen Heerstraßen 2c.

R

von

Johann Herrmann Voßmann,

ausserordentlicher Professor der Mathematik und Naturlehre auf der hohen Schule zu Heidelberg.

Mit 5 Tabellen und 4 Kupfertafeln.

Mannheim 1804.
Im Verlage bei Schwan und Götz.

Dem

edeln Landesvater

Carl Friederich

von Gottes Gnaden,

Marggrafen zu Baden und

Hochberg,

des

heiligen römischen Reichs

Kurfürsten,

Fürsten zu Constanz ꝛc.

widmet

diese Schrift in unterthäniger Ehrfurcht

der Verfasser.

Unterthänige gutächtliche Aeuserung.

Ad Resolutum de d. 11. May 1803. praes. d. 17. e. m. et. a. G. R. W. 2329. Ueber die Abhandlung des Universitäts-Rechenmeisters und Lehrers in der Mathematik, Joh. Herrmann Vosmann zu Heidelberg, die reine Theorie des Drucks der Erde auf allerlei Mauern ꝛc.

Der Verfasser liefert in diesem mit zweckmäsiger Kürze geschriebenen Aufsatz Eine reine, das ist, scharfe Theorie des auf aufgeführte Mauren sich äussernden Drucks der von diesen unterstützten Erde und anderer noch auf dieser liegenden Lasten. Er untersucht sehr sorgfältig alle einzelne Hauptfälle, ungemein genauer als alle seine mir

bekannte Vorgänger; bearbeitet die Theorie für Leser, welche Mathematik und den etwas höheren Calcul verstehen, deutlich und bündig; gibt aber auch bei jedem Falle für diejenige, denen es an ebengenannten Kenntnissen fehlt, ganz kurze practische, von allen algebraischen Ausdrüken, so viel immer möglich war, gesonderte Vorschriften.

Was er im 2ten Abschnitt seiner ZueignungsSchrift: „Wer kennt nicht ... bis: zu bezahlen hatte,“ behauptet, möchte vielleicht in vielen Gegenden nur allzuwahr, folglich das Nüzliche seines Aufsatzes unverkennbar seyn.

Manchem dürfte seine Abhandlung blos in sehr grosen Staaten, wo äusserst kostbarer Festungsbau unvermeidlich ist, wichtig und anwendbar scheinen, wie z. B. §. 78. Allein, ein kleiner Wink wird daran erinnern: daß auch am Abhang der Berge aufgeführte Mauren herrschaftlicher Friedensgebäude eben so gut von der hinter ihnen stehenden Last gedrükt werden, als Futter-

Mauren, an Wällen, von der Brustwehr und denen darauf liegenden Kanonen, wie z. B. in unserm benachbarten Grötzingen und bei Anlegung von Heerstraßen, die sich längst an einem Fluß hinziehen.

Die Materie von den Strebepfeilern und der Wirkung der Colonnaten hat er §. 127, 146 und 147 schön entwickelt; Nur dürfte der §. 153 gethanene Vorschlag bei Festungen, wenn der Belagerer Minen anlegte, gefährlich werden. Da aber, nach seiner eigenen Bemerkung, die vielen strengen mathematischen Beweisse und Formeln gewiß manchen blos praktischen Baumeister (deren Anzahl noch ungleich grösser ist, als man denken sollte) vom Lehrn und Gebrauch seines Werkchens zurückschrekken werden.

So wäre, nach meinem gutächtlichen Ermessen, würklich zu wünschen, daß zum Behuf dieser vom Verfasser ein eben so kurz als deutlicher blos praktischer Auszug gemacht würde, wobei ich jedoch den Druk des vorliegenden ganzen Werkgens

gar nicht abrathe, sondern vielmehr auch darum wünsche, weil man sich alsdann im theoretischen aufs blos praktische und umgekehrt beziehen, der Denker sich das ausübende anschaffen, und der schwächere blos ausübende, wenn er etwa Neigung dazu fühlen sollte, auch eine Quelle hätte, die Gründe seines Verfahrens kennen zu lernen, ohne daß er immer genöthigt wäre, etwas für seine Fassungskraft nicht verdauliches zu kaufen. In wie fern Vosmanns Vorschriften in der wirklichen Ausübung anwendbar sind, wird Baudirector Weinbrenner entscheiden.

Carlsruh den 25. Mai, 1803.

Hofrath Wucherer.

Unterthänigster Bericht des Baudirektors Weinbrenner, die Voßmännische Abhandlung über die Theorie der Mauerdicken betreffend.

Die Voßmännische Abhandlung über die Theorie der Mauerdicken, welche dem Hofrath Wucherer und mir zur Einsicht und gutächtlichen Aeusserung gnädigst zugestellt worden, hat — in so ferne ich dieses Werkchen als BauMeister hinlänglich zu beurtheilen vermag — sehr viel Verdienst, und ist unter allen mir bis jezt bekannten Schriften über diese Materie am mehrsten zu empfehlen.

Mit Vergnügen sieht man, wie Voßmann in seinem Werckchen so geschickt, in dieser so schwierigen Materie, von der bis jezt allgemein angenommenen Theorie des Belidors abgeht, und uns dafür eine auf Scharfsinn und Erfahrung gegründete Vorschrift aufstellt: Ohngedenk daß Voßmann in seiner Vorrede ganz fälschlich dem Geschmack und denen schönen Verhältnissen der Alten (die weder in dem Minimum noch

Maximum der Materie bestehen können) durch mathematische Calcule nahe zu kommen oder sie noch gar zu übertreffen glaubt, war es denen practischen Baumeistern schon lange der Wunsch, daß alle die hie und da in grosen Werken zerstreute Formeln und Vorschriften über die Lehre der Mauern und Gewölbe in einem gedrängten Werckchen von einem geschickten Mathematiker neu bearbeitet erscheine.

So schwierig es übrigens ist, durch blosen theoretischen Calcul sich in einer auf so viele physicalisch- und mathematische Grundsätze beruhende Zusammensetzung, wie das Mauerwerk zu nähern, und ohne Rücksicht der VerbindungsTheile der JahrsZeit, des Clima's ꝛc. im allgemeinen eine Vorschrift zu geben, so ist es indeßen doch zu wünschen, daß Voßmann nach seinem am Ende seines Werkchens gemachten Versprechen auch noch den zweiten Theil, die Theorie der Gewölbe, bearbeite, und in dieser Hinsicht von höhern Orten zu dieser Unternehmung bestens aufgefordert werden möchte.

Karlsruhe am 20. Octbr. 1803.

Weinbrenner.

Extractus
Kurbadischen Geheimen Raths Prot.
vom 16. December 1803.

6951.

Serenissimus Elector haben aus den eingekommenen gutachtlichen Berichten des Hofraths Wucherer und Baudirectors Weinbrenner dahier über das von dem Universitäts-Rechenmeister und Lehrer der Mathematik, Johann Herrmann Vofsmann in Heidelberg, über die reine Theorie des Drucks der Erde auf allerlei Mauern, verfaßte — und Höchstdenselben unter dem 2ten Mai d. J. vom Verfasser im Manuscript überreichte Werk, sowohl die Zweckmäßigkeit desselben, als auch den dabei gezeigten Scharfsinn mit besonderem Vergnügen zu vernehmen gehabt, und deswegen

beschlossen

den Verfasser nicht nur zur Herausgabe dieses Werks im Druck, so wie weiter noch

An den Universitäts-Rechenmeister Vofsmann zu Heidelberg.

zu der in demselben bereits versprochenen Ausarbeitung mit gleichmäßiger Herausgabe eines zweiten Theils über die Theorie der Gewölbe aufzufodern, sondern ihn auch zur Unterstützung bei diesem Unternehmen, und als Beweis, daß Sie das Verdienst zu würdigen wissen, einen Beitrag von zwanzig Dukaten zu bewilligen.

Fiat inde Extr. prot. an den Universitäts Rechenmeister Vosmann in Heidelberg unter Anschluß des Manuscripts und der Abschriften der beiden Berichte des Hofraths Wucherer und Baudirectors Weinbrenner, um die darin enthaltenen Bemerkungen sich zu Nutzen zu machen.

Vt. Winter.

Vorrede.

Dem gnädigsten Wunsche meines Durchlauchtigsten Fürsten und Herrn zufolge, und aufgefordert durch meine Freunde und Schüler, wage ich es, zu der grosen Menge von Büchern, so von der Baukunst handeln, das meinige zu fügen. Jeder unbefangene Leser wird leicht einsehen, daß das allgemeine Beste das Ziel meiner Bemühungen war; denn welchen Bauverständigen konnte es bisher verborgen bleiben, daß man noch nicht im Stande war, eine mit vielen Unköstten verknüpfte Mauer in einer blosen Ebene, welche nur dem Drucke der hinter ihr liegenden Erde zu widerstehen hatte, bei jeder Gelegenheit und Lage der Erde, und unter jedem Abschiebewinkel aufzuführen? Der gebürgigten Gegenden nicht einmal zu gedenken. Traf es sich nun dennoch, daß eine solche kostbare Mauer auf-

gebauet werden sollte, so war für den praktischen Baumeister kein anderes Mittel vorhanden, als zu dem blosen Ungefähr seine Zuflucht zu nehmen; oder wenn derselbe die höchst unvollkommenen Schriften des Belidors besaß, sich daraus Raths zu erholen, wo alsdann der Bauherr einigermasen glücklich war, wenn sich der Baumeister diese Mühe gefallen ließ, obschon der Erste immer die Geisel der Unwissenheit empfinden mußte.

Man war bis dahin noch immer genöthiget, sich der langwierigen Formeln des Belidors bei Aufführung kostbarer Mauern zu bedienen, weil keine andere und bessere bekannt waren. Nun aber sind dieselbe bei allen ihren Schwierigkeiten dennoch höchst unbrauchbar, weil man durch sie den Druck der Erde nur für einen Abschiebewinkel von beinahe 45 Graden angeben kann; dieser Winkel aber kann bald gröser, bald kleiner werden, je nachdem die Erde mehr oder weniger zusammen hängt, wie solches bei aufgehäufter Erde, welche frei herab-

rollet, leicht wahrgenommen werden kann; daher können oberwähnte Formeln des Belidors nicht überall mit Nutzen angewendet werden; denn bei einem kleinern Abschiebewinkel wird weniger, bei einem grösern aber mehr Mauerwerk erfordert; im erstern Falle entstehet zu viel Köstenaufwand, im leztern aber siehet man sich der Gefahr ausgesezt, seine schon aufgebauete Mauer] nächstens einstürzen zu sehen, um sie mit neuen und mehrern Kösten wieder herzustellen.

Ereignete sich nun noch der Fall für den praktischen Baumeister, daß in einer gebürgigten Gegend eine solche kostbare Mauer aufgeführet werden sollte, wo man nicht allein die hinter der Mauer liegende Erde in Betracht zu ziehen hatte, sondern sich auch auf die schiefe Abdachung des Berges, welche mit dem Horizonte bald einen grösern, bald einen kleinern Winkel macht, je nachdem der Berg steiler oder flächer anlauft, gefaßt machen mußte; so war alles Wissen dahin, weil man keine Vorschriften hatte; man rief die Erfahrung zu Hülfe; und wollte

auch dieses Mittel nicht gelingen, so nahm man zu dem blosen Ungefähr seine Zuflucht, und bauete in den Tag hinein; glückte es, so hatte der Erbauer gewonnenes Spiel; er sezte sich über Leute seines gleichen hinweg, obschon diese ihn an Einsichten weit übertrafen; wodurch also die Kasse des Unternehmers jedesmal ziemliche Lücken bekommen mußte.

Ich habe oft selbst dergleichen kostbare Mauern an Weinbergen und Heerstraßen aufführen gesehen, wo gewiß vieles hätte erspart werden können; aber ich habe dagegen auch gesehen, daß man dergleichen Mauern bei öffentlichen Versteigungen dem Wenigstnehmenden überlassen hat; dieser hatte kaum sein Werk vollendet und sein Geld dafür eingenommen, so stürzte die Mauer wieder ein, wo also ganz gewiß der erste Kostenaufwand verloren war.

Bei Futtermauern in Festungswerken ist das nämliche zu beobachten, denn bei mehr

zusam=

zusammenhängender Erde kann mit weniger Mauerwerk eben das ausgerichtet werden, wozu bei weniger zusammenhängender Erde mehr Mauerwerk erfordert wird. Man sieht also wohl ein, daß das Aug eines Ingenieurs bei einem neuen Festungsbau besonders auf die Beschaffenheit der Erde und ihren Zusammenhang gerichtet seyn muß. Es können also auch hier die Formeln des Belidors nicht hinreichen, den Vortheil des Fürsten und des Vaterlandes bei Anlegung einer neuen Festung zu bezwecken, weil sie zu einseitig und von der Wahrheit zu weit entfernt sind. Es ist nicht zu vermuthen, daß es wirklich solche Gewissenlose geben sollte, welche im Stande wären, zu behaupten, bei einem solchen grosen Bau müsse etwas darauf gehen, weil die ungeheuern Kösten desselben nur der Fürst, oder das ganze Land zu tragen hätten, mithin die einzelnen Theile nichts dabei verlören. Ich für meinen Theil mag es nicht mit ihnen halten, weil ich zweifle, ob es erlaubt sey, den Fürsten oder das

Vaterland auch nur wider Willen betrügen zu dörfen.

In diesem Werke aber sind alle Schwierigkeiten gehoben; man kann in allen Fällen, bei jeder Gelegenheit, und Lage der Erde, unter jedem Abschiebewinkel, den die aufgehäufte Erde mit der Höhe macht, und unter jedem Erhöhungswinkel der Erde über den Horizont, durch allerlei vorgeschriebene Wege, bald durch besonders dazu verfertigte und mit viel Mühe bearbeitete Tabellen, bald durch allgemeine Formeln jede Potenz und Mauerdicke erforschen. Man wird dem Geschmacke der alten Griechen, was Schönheit und Leichtigkeit bei Prachtgebäuden betrift, ziemlich nahe kommen, wo nicht gar denselben übertreffen können. *)

*) Herr Baudirektor Weinbrenner gibt uns ganz richtig zu verstehen, daß Schönheit im Bauen nicht in dem Minimum und Maximum der Materie liege; allein, Leichtigkeit im Bauen sezt Materie zum voraus: diese mit Schönheit verbunden, ist es eigentlich, was wir an der griechischen und römischen Bauart bewundern.

Durch diese Vorschrift wird aber auch jeder Unternehmer in den Stand gesezt, bei kritischen Lagen die Sache des Baumeisters zu prüfen, es kann also bei einer unbesonnenen Arbeit zum Nachtheil des Bauherrn keine Unwissenheit mehr vorgeschützet werden, sondern man muß sich in solchen Fällen die durch den Weg Rechtens zuerkannte Genugthuung gutwillig gefallen lassen.

Sollte es vielleicht Bauleute geben, so diese allgemeinen Regeln nicht gerne sehen, weil sie dadurch ausser Stand gesezt werden, ihrer alten Gewohnheit ferner nachzuhängen; so wird dagegen der gröste Theil, besonders der einsichtsvolle Baumeister es gerne sehen, daß diese reine Theorie des Drucks der Erde auf Mauern der Welt bekannt gemacht werde, und als etwas Unentbehrliches für das allgemeine Beste gute Wirkungen hervorbringe; ja, er wird sich freuen, wenn Väter von Völkerschaften darin Verfügungen treffen, welche dem Wunsche und dem Wohl des Vaterlands entsprechen.

Einem geehrten Publikum sey diese meine erste Arbeit geweihet, welches mit menschlichen Fehlern gerne Nachsicht hat. Möchte ich das Glück haben, den Beifall desselben zu erhalten! Auch das schon soll mir angenehm seyn, wenn diese Schrift von den Anfängern der Baukunst nicht mit Gleichgültigkeit betrachtet wird.

Der Verfasser.

Inhalt.

Es ist eine ausgemachte Sache, daß nicht jeder praktische Baumeister und andere Liebhaber der Baukunst hinlängliche Uebung habe, die in diesem Werke vorkommenden höhern algebraischen Formeln sogleich mit Fertigkeit berichtigen zu können. Um nun dem ganzen Publikum nüzlich zu werden, halte ich es für Pflicht, die einzelnen und nöthigsten Stellen dieses Werks in ihrer gehörigen Folgeordnung herzustellen, damit der praktische Liebhaber der Baukunst sich diejenigen, so ihm am dienlichsten scheinen, aufsuchen, und zu seinem Vorhaben benutzen könne. Die Stellen so mit einem * bezeichnet sind, haben die innere Einrichtung, daß sie ohne alle vorherige Kenntniß der Algebra, von jedem natürlichen Menschen ganz leicht verstanden werden können. Sie sind also auch um so mehr dem praktischen Liebhaber dieser schönen Kunst zu empfehlen, als derselbe bei vorkommenden schweren Fällen, in Rücksicht der Mauern, in den Stand gesezt wird, ein richtiges Urtheil darüber zu fällen, und den Nutzen des Unternehmers dadurch zu fördern.

I. Abschnitt.

Von der Theorie des Hebels, in so fern sie zur Kenntniß der reinen Theorie des Drucks der Erde auf Mauern nöthig ist.

a) Von §. 3 bis 29 wird die Lehre des Hebels vorgetragen; Kraft und Last werden

hier verglichen, die Lasten versezt und vereinigt 2c.

b) Der Schwerpunkt eines Parallelogramms §. 30. Nach welcher Richtung derselbe wirke §. 31. Der Schwerpunkt eines Dreiecks §. 32. Die Richtungslinie desselben bei einem rechtwinklichten Dreiecke §. 33 und 34. Endlich das Verhältniß der parallelen Abschnitte eines Dreiecks §. 35.

II. Abschnitt.

Von dem Drucke der Erde bei Mauern an Festungswerken, Weinbergen, Gärten 2c.

a) Einige Bemerkungen über die Winkel, so durch das freie Abrollen bei aufgehäufter Erde entstehen §. 36 * Von den Eigenschaften einer guten Mauer und der dazu nöthigen Materie §. 37. *

b) Wie der Druck der Erde hinter einer Mauer geschieht §. 38. * Die Potenz des Belidors aus seinen eigenen Schriften §. 39. * Diese beschwerliche Formel ganz neu und abgekürzt dargestellt §. 40 und 41. *

c) Die anfängliche nicht erwiesene Kraft des Belidors wird erwiesen §. 42 Nähere und ganz neue Entwicklung der Potenz des Belidors §. 43. * Diese Potenz noch näher bearbeitet §. 44 und 45.

d) Wie man sich der wahren Potenz nähert §. 46. * Warum die Potenz des Belidors nicht überall benutzet werden kann §. 47. *

III. Abschnitt.

Von der reinen Theorie des Mauerwerks.

a) Die reine Potenz durch Linien entwickelt §. 48 und 49. Die reine Potenz für den Abschiebewinkel von 30°, 45° und 60 Graden §. 50, No I. II. III. Eben dieselbe für alle Grade §. 50, No. IV. Einige Bemerkungen § 51. *

b) Die reine Potenz für den Druck der Erde mit einem Abschiebe- und Erhöhungswinkel zugleich §. 52. Der Halbmesser Eins ist hier zum Grunde gelegt §. 53. Anmerkungen §. 54. * Diese entwickelte Hauptformel wird auf die Abschiebewinkel von 30°, 45° und 60 Graden reduzirt §. 55.

c) Erklärung Tab. I. mit mehreren Beispielen §. 56, 57 und 58. *

d) Die reine Potenz, wenn die drückende Erde nebst dem Erhöhungswinkel noch einen Aufsatz hat §. 59. Diese reine Potenz wird auf die Abschiebewinkel von 30°, 45° und 60 Grade reduzirt §. 60. Praktische Erklärung dieser reinen Formel §. 61. * Diese Formel so reduziret, daß zwar ein Aufsatz, aber kein Erhöhungswinkel statt findet §. 62. * Praktische Beispiele darüber mit Erklärungen §. 64. Diese Formel auf die Abschiebewinkel von 30°, 45° und 60 Graden reduzirt §. 63. *

IV. Abschnitt.

Von dem Drucke der Erde bei Futtermauern, so mit Brustwehren versehen sind.

a) Die Erklärung der unsichern Belidorischen Potenz bei Futtermauern mit Brustwehren §. 65 * Diese Potenzenformel ganz neu umgearbeitet §. 66 Beispiel darüber §. 67. *

V. Abschnitt.

Von der reinen Theorie der Potenzen bei Futtermauern, welche mit Brustwehren versehen sind.

a) Von dem Drucke der Erde, so durch das Trapezium entstehet, welches durch die obere und hintere Abdachung der Brustwehre gebildet wird §. 68. Formeln für verschiedene liniarische Ausdrücke §. 69. Verhaltungsregel §. 70.

b) Von dem Drucke der Erde, so durch das Trapezium entstehet, welches durch die vordere Abdachung der Brustwehre und der untern Abdachung des vorigen Trapeziums gebildet wird §. 71. Einige Liniarische Ausdrücke §. 72.

c) Von dem Drucke der Erde, so durch das Trapezium entstehet, welches durch die Breite des Bänkleins und der vorigen untern Abdachung gebildet wird §. 73. Beispiele darüber §. 74 und 75.

d) Vorige Lehre durch die Näherung ganz abgekürzt und mit Beispielen begleitet §. 76. Von dem Mäuerchen hinten an einer Brustwehre §. 77.

e) Von dem Drucke einer Kanone auf einer Brustwehre §. 78. *

VI. Abschnitt.

Von der Dicke der Mauern, welche auf beiden Seiten senkrecht aufgeführet werden.

a) Von der Dicke einer auf beiden Seiten frei stehenden senkrechten Mauer §. 79. * Die respektive Schwere derselben §. 80. * Die Wirkung der Schwere bei einer Mauer §. 81. * mit einigen Bemerkungen.

b) Von der Dicke einer auf beiden Seiten senkrechten Mauer § 82 * Anmerkungen über Belidors Weitläuftigkeiten §. 82. * Fernere Anmerkungen §. 83, 84 u. 85. **

c) Von der Dicke einer auf beiden Seiten senkrechten Mauer, wo die drückende Erde mit dem Horizonte einen Erhöhungswinkel macht §. 86.

d) Erklärung des Gebrauchs Tab. II. mit mehrern Beispielen §. 87. *

e) Von der Dicke einer auf beiden Seiten senkrechten Mauer, wo die drückende Erde nebst dem Erhöhungswinkel noch einen Aufsatz hat §. 88. Zusatz §. 89.

f) Weitere Erklärung Tab. I. mit Beispielen §. 90 und 91. *

VII. Abschnitt.

Von der Dicke der Mauern, welche mit einem Mauerrechte versehen sind.

a) Von der Dicke einer Mauer, dessen Durchschnitt ein Dreieck ist §. 92. Anmerkungen über den Druck der Erde auf die Hypothenusa des dreieckigten Durchschnitts einer Mauer §. 93. Untersuchungen des Mauerwerks bei verschiedenen Durchschnitten §. 94. * Warum man einer Mauer hinten eine Abdachung gibt, und was das Mauerrecht seye §. 95. * Wie man sich die Last bei einer mit einem Mauerrechte versehenen Mauer vorstellen soll § 96.

b) Von der obern und untern Dicke einer Mauer mit einem Mauerrechte § 97. Eben daselbst ein Beispiel Lit. b. * Einige Dickenformeln, wenn das Mauerrecht mit der Mauerhöhe ein gewisses Verhältniß hat §. 98. * Beispiele darüber § 99 und 100. * Eben diese be Formel ganz allgemein für alle Abschiebe- und Erhöhungswinkel §. 101.

c) Erklärung und Gebrauch der sechs Tabellen, Tab. III. IV. und V. mit mehrern Beispielen §. 102, 103, 104, 105 und 106. ** Wie man sich zu verhalten habe, wenn die Mauerhöhe mit dem Mauerrechte kein gewisses Verhältniß hat, mit einem Beispiele §. 107. * Wie das Mauerrecht zu finden §. 108 und 109.

d) Von der Dicke einer Mauer mit einem Mauerrechte, wo die drückende Erde nebst

dem Erhöhungswinkel noch einen Aufsatz hat §. 110. *

e) Von der Dicke einer Mauer bei Heerstraßen §. 111. * Wie das Mauerrecht dazu zu finden sey §. 112. *

VIII. Abschnitt.

Von der Dicke der Mauern, welche mit Strebepfeilern versehen sind.

a) Was ein Strebepfeiler sey §. 113. * Was das heiße: Strebepfeiler vor oder gegen den Druck zu bauen §. 114. * Den körperlichen Inhalt eines Strebepfeilers auf die Hauptmauer zu reduziren §. 115. * Eben diese Reduktion bei Strebepfeilern mit Abdachungen §. 116 * Eben dieselbe bei Strebepfeilern, so nur bis auf eine gewisse Höhe hinauf gehen §. 117. * Anmerkungen §. 118. *

b) Von der respektiven Schwere eines Strebepfeilers §. 119 * Von dem Verhältnisse der Kräfte bei entgegengesezten Strebepfeilern §. 120. Mit Anmerkungen.

c) Von der Mauerdicke bei Mauern mit Strebepfeilern, deren Dicke, Länge und der Abstand derselben mit der Mauerdicke im Verhältnisse stehen §. 121 und 122. Anmerkungen darüber §. 123. * Von der Dicke einer Mauer mit Strebepfeilern vor dem Drucke, wovon die Dicke, Länge und der Abstand derselben gegeben ist §. 124. Anmerkungen und Beispiele §. 125. *

d) Von der Dicke einer Mauer mit Strebepfeilern gegen den Druck, wenn die Dicke, Länge und der Abstand derselben gegeben ist §. 126. Anmerkungen und Beispiele §. 127. * Von der besondern Lage der Strebepfeiler §. 128 *

e) Von den Strebepfeilern mit Abdachungen §. 129. * Von der Dicke einer Mauer mit Strebepfeilern, so eine Abdachung haben §. 130. Mit mehrern Beispielen. * Anmerkungen darüber §. 131. *

f) Von den Mauern mit abgestuzten Strebepfeilern §. 132. Mit Anmerkungen §. 133. Von der Mauerdicke einer Mauer mit abgestuzten Strebepfeilern §. 134. Beispiele darüber §. 135. * Allgemeinheit und Verwandlung der in §. 134 gefundenen Formel mit mehrern Beispielen §. 136.

g) Generalformel der erweiterten Grundfläche einer Mauer §. 137. Mit Anmerkungen. * Mehrere Beispiele über diese lezte Formel 138, 139, 140 und 141. * * * . Wie die Durchschnittslinie der erweiterten Grundfläche zu finden sey §. 142. * Mit einem Beispiele. * Nüzliche Anmerkungen §. 143. * Von dem Nutzen der Vorsprünge an der Grundfläche einer Mauer §. 144. Diese Vorsprünge werden Sockeln genannt; ihren Nutzen, mit einem Beispiele §. 145.

h) Anmerkungen und praktische Versuche §. 146 und 147. * *

IX. Abschnitt.

Von der Dicke der Futtermauern in Festungswerken, so mit Strebepfeilern und Mauerrechte zugleich versehen sind.

a) Anmerkung und Betrachtung, wie die Strebepfeiler und das Mauerrecht in einer Festung mit einer Futtermauer zu verbinden sey §. 148. * Wie man sich die Kräfte bei einer Futtermauer mit Strebepfeilern vor, und einem Mauerrechte gegen den Druck vorzustellen habe §. 149.

b) Von der Dicke einer Futtermauer mit Strebepfeilern vor, und einem Mauerrechte gegen den Druck §. 150. Ein Beispiel über vorige Formel §. 151. * Noch ein Beispiel für eine solche Futtermauer in gebürgigten Gegenden §. 152. * Verwandlungen der in §. 150 gefundenen Hauptformel, mit mehrern Beispielen §. 153, nebst Anmerkungen darüber Lit. e. *

c) An einer gegebenen Futtermauer das Mauerrecht zu bestimmen §. 154 An einer Futtermauer die Dicke des Strebepfeilers zu erforschen §. 155. Die Länge eines Strebepfeilers an derselben aufzusuchen §. 156, und den Abstand zweier Strebepfeiler anzugeben §. 157, jedesmal mit einem Beispiele. * *

d) Beispiel von einer Futtermauer, so mit einer Brustwehre versehen ist §. 158. Dieses nämliche Verfahren nach ganz abgekürzter Methode §. 159. *

e) Wenn eine Kraft in schiefer Richtung auf eine Mauer wirket, den Hebelarm und die Mauerdicke zu bestimmen §. 160 Nutzen dieser Formel, mit mehrern Anmerkungen §. 161. Diese Formel bei einem dreieckigten Durchschnitt einer Mauer angebracht, mit Anmerkung §. 162. Dieselbe bei allen Mauerdicken anwendbar §. 163.

Die Theorie des Druckes der Erde auf Mauern,

in so ferne sie durch eine auf sie wirkende Kraft in Gefahr kommen, umgestossen zu werden.

§. 1.

Von den Regeln, deren sich die Alten bedienten, um bei ihren Gebäuden, in Ansehung des Mauerwerks, Leichtigkeit mit Schönheit zu verbinden, sind die wenigsten bis auf uns gekommen. Was allenfalls darüber gesagt werden kann, ist leicht aus jedem Buche, so von der Baukunst handelt, hinlänglich zu ersehen. Allein, ob man bis dahin noch nicht so glücklich gewesen ist, die Spur der Alten aufzufinden, so muß man sich doch nicht davon abschröcken lassen. Denn die Kenntniß der Grösen ist zu unserer Zeit so allgemein, als man es nur wünschen mag. Mit dieser Kenntniß bewafnet, kann der Forscher der Wahrheit es wagen, ziemlich tief in die Geheimnisse der Natur einzudringen. Es wird also demselben diese Spur der Alten nicht lange mehr verborgen bleiben können, wahrscheinlich wird man mit der Zeit das Alterthum der Griechen nicht nur eingeholet, sondern es darin so weit gebracht haben, daß keine Muster des Alterthums mehr nöthig sind. Diese reine Theorie mag darüber entscheiden.

§. 2.

Die Mathematik allein kann uns das richtige Verhältniß eines jeden Gegenstandes vor Augen legen; daher werden hier für den Anfänger die Grundsätze der Mechanik, nach welchen diese Theorie beurtheilet werden muß, vorangeschickt.

I. Abschnitt.

Von der Theorie des Hebels, in so fern sie zur Kenntniß der reinen Theorie des Druckes der Erde auf Mauern nöthig ist.

§. 3.

Wenn die Kräfte P und Q, Fig. 1, 2 und 3, welche auch Lasten genannt werden können, auf beiden Seiten des Ruhepunkts C, an den Enden des Hebels AB, in A und B angebracht sind, so heißt dies ein Hebel der ersten Art (zweiseitiger Hebel). Liegen aber die Kräfte P und Q, Fig. 4, auf einer Seite des Ruhepunkts C in A und B, so wird solches ein Hebel der zweiten Art (einseitiger Hebel) genannt.

§. 4.

Die Produkte, welche entstehen, wenn die Hebelarme mit den auf sie wirkenden senkrechten Kräften multipliziret werden, heißen Momente. In Fig. 1, 2, 3 und 4 sind AC. P und BC. Q die Momente.

§. 5.

Wenn sich die Kräfte umgekehrt wie die Hebelarme verhalten, so sind die Momente, nach den bekannten Lehrsätzen der Mechanik, einander gleich. Dieses vorausgesezt, so ist Fig. 1, 2, 3 und 4, AC. P = BC. Q.

§. 6.

Sind die Momente gleich, nämlich ist Fig. 1, 2, 3 und 4, AC. P = BC. Q, so wird auch $AC = \frac{BC.Q}{P}$, $BC = \frac{AC.P}{Q}$, desgleichen $P = \frac{BC.Q}{AC}$ und $Q = \frac{AC.P}{BC}$ seyn.

Das ist

I. Das eine Moment durch die Kraft des andern dividirt, ist gleich dem Hebelarm des andern Moments.

II. Das eine Moment, durch den Hebelarm des andern dividirt, ist gleich der Kraft des andern Moments.

§. 7.

Wenn bei einem Hebel AB, Fig. 5, die Kräfte S und R, desgleichen die Abstände AB und AD gegeben sind, so findet man den gemeinschaftlichen Ruhepunkt C, wenn man die Summe der Momente mit der Summe der Kräfte dividirt.

Man setze AB = a, AD = b, und AC = x, so ist CD = x — b und BC = a — x, folglich

$$(x - b) . S = (a - x) . R$$

also

$$x = \frac{aR + bS}{R + S}.$$

§. 8.

Der gemeinschaftliche Ruhepunkt C kann auch der Vereinigungspunkt der Kräfte genannt werden; weil die Kraft P eben so viel wirkt, als R und S zusammen. Denn man nehme nur die Kraft P weg, und gebe C eine Unterlage, so wird selbige eben so stark gedruckt, als R und S zuvor in B und D gezogen haben.

§. 9.

Weil nach §. 8. die Kräfte R und S gleich P sind, so wird AC . P = AB . R + AD . S seyn, woraus erhellet, daß das Moment der gefundenen mittlerern Kraft gleich der Summe der Momente beider gegebenen Kräfte seyn werde.

§. 10.

Wenn mehrere Kräfte, Fig. 6, als R, S, T, auf einen gegebenen Hebel AB wirken, so findet man den Vereinigungspunkt aller gegebenen Kräfte, wenn man die Summe aller Momente mit der Summe aller Kräfte dividiret.

Denn man vereinige zuerst die Kräfte S und T in h an den Punkt n, so ist

$$An = \frac{AE . S + AB . T}{S + T} \quad \text{n. §. 7.}$$

Aber $S + T = h$ folglich

$$An . h = AE . S + AB . T$$

ferner

$$AC . P = AD . R + An . h.$$

Setzet man nun für An, nach dem so eben gesagten, so wie für h, ihre gefundenen Werthe, so ist

$$AC . P = AD . R + AE . S + AB . T.$$

$$P = R + h = R + S + T.$$ also

$$AC = \frac{AD . R + AE . S + AB . T}{R + S + T}.$$

Dieses gilt auch von vier, fünf und mehrerern Kräften. Mithin ist das Moment der mittelern Kraft gleich der Summe der Momente aller gegebenen Kräfte.

§. 11.

Eine Last Q, Fig. 7, welche von zwey Kräften R + S im Gleichgewicht gehalten wird, lehret uns: daß die Momente der Kräfte zusammen dem Moment der Last gleich seyen.

Denn:

$$\begin{array}{l} AC.Q = EC.P \\ CD.R + BC.S = EC.P \text{ nach §. 9.} \\ \hline AC.Q = CD.R + BC.S. \end{array} \quad \text{also}$$

§. 12.

Es erhellet also auch: daß wenn an einem Hebel mehrere Kräfte einer gegebenen Last das Gleichgewicht halten, diese Momente der Kräfte dem Moment der Last gleich seyen.

Denn: wenn in Fig. 7 die Kräfte R, P und S der Last Q das Gleichgewicht halten, so wird
$AC.Q = CD.R + CE.P + BC.S$ seyn.

§. 13.

Soll, wie Fig. 8, eine Kraft R von B nach D versetzet werden, um in D der Last Q das Gleichgewicht zu halten, so dividire man das Moment von R mit dem Hebelarme CD, so erhält man die Kraft P, welche der Last Q in D das Gleichgewicht hält.

Denn:

$$\begin{array}{l} AC.Q = BC.R \\ AC.Q = CD.P, \\ \hline CD.P = BC.R \\ \hline P = \frac{BC.R}{CD}. \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{folglich} \\ \text{also} \end{array}$$

§. 14.

Eben so läßt sich die Kraft P aus D in B versetzen; denn nach der vorigen Formel wird man finden, daß die Kraft $R = \frac{CD.P}{BC}$ seye.

§. 15.

Wenn mehrere Kräfte, Fig. 9, wie R, S und T, welche der Last Q das Gleichgewicht halten, in dem Punkte D so sollen vereiniget werden, daß P auf D eben so wirke, als obige Kräfte auf ihre Hebelarme zusammen genommen, so dividire man die Summe aller Momente erstgedachter Kräfte mit dem Hebelarme CD, wodurch dann die Kraft P erhalten wird.

Denn:

$AC.Q = BC.R + EC.S + FC.T.$ n. §. 12.
$AC.Q = CD.P$ n. d. Voraussetzung; daher
$CD.P = BC.R + EC.S + FC.T,$ also

$$P = \frac{BC.R + EC.S + FC.T}{CD}$$

§. 16.

Theilet man, wie Fig. 10, den einen Hebelarm BC in mehrere gleiche Theile, wie Br, rs, st ꝛc. und bringet an jedem dieser Theilungspunkte B, r, s ꝛc. Kräfte an, die zusammen der Last Q das Gleichgewicht halten sollen, so wird man die Kraft P, welche gleichfalls der Last Q das Gleichgewicht hält, finden: wenn man die Summe aller Kräfte

mit dem Divisor (welcher anzeigt, in wie viel gleiche Theile der Hebelarm BC getheilet werden soll) multipliziret; ferner wenn man die auf einander folgende Kräfte, ausser der ersten Kraft, mit den nach einander folgenden natürlichen Zahlen multipliziret, und dieses Produkt von dem vorigen Produkte abziehet, dann diesen Rest mit dem Hebelarme BC multipliziret, nnd endlich alles mit dem Produkte des obgedachten Divisors in den Abstand CD der zu suchenden Kraft dividiret.

Man setze $BC = a$ seye in n gleiche Theile getheilet, so ist $Br = \frac{a}{n}$, $Bs = \frac{2a}{n}$, $Bt = \frac{3a}{n}$ rc. folglich werden die auf einander folgende Hebelarme $BC = a$, $Cr = \left(a - \frac{a}{n}\right)$, $Cs = \left(a - \frac{2a}{n}\right)$ rc. seyn. Die nach einander folgende Kräfte seyen $= a, b, c, d$ rc.; multipliziret man nun jeden Hebelarm mit seiner Kraft, so wird nach §. 15, wenn man $CD = b$ setzet:

$$P = \left[aa + \left(ab - \frac{ab}{n}\right) + \left(ac - \frac{2ac}{n}\right) + \left(ad - \frac{3ad}{n}\right) \ldots\right] : b$$

das ist

$$P = [(a + b + c + d + \ldots) . n - (b + 2c + 3d + \ldots)] . \frac{a}{bn}$$

seyn.

§. 17.

Setzet man in obiger Formel $a = b = c = d$ rc., so wird $(a + b + c + d + \ldots) . n = an^2$ seyn; ferner ist $(b + 2c + 3d + \ldots) = (n . (n - 1) . a) : 2 = \frac{1}{2}an^2 - \frac{1}{2}an$, setzet man nun dieses in

obiger Formel, so ist $P = (an^2 - \frac{1}{2}an^2 + \frac{1}{2}an) . \frac{a}{bn} = (an + a) . \frac{a}{2b} = (a . (n + 1) . a) : 2b.$

Eine neue allgemeine Formel, bei der die Kräfte in allen Theilungspunkten gleich sind.

§. 18.

Nimmt man an, daß die Kräfte a, b, c, ꝛc. nach und nach gleichförmig zunehmen, so daß $a = p$, $b = p + d$, $c = p + 2d$ .. ꝛc. sey, so ist in der §. 16. gefundenen Formel $P = [(p + (p + d) + (p + 2d) + (p + 3d)) . n - ((p + d) + (p + 2d) . 2 + (p + 3d) . 3)] \frac{a}{bn}$; werden nun diese Glieder gehörig geordnet, so erhält man für P folgende vier Colonnen, als:

$$P = \left\{\begin{array}{l} pn \\ pn - p + dn - d \\ pn - 2p + 2dn - 4d \\ pn - 3p + 3dn - 9d \\ pn - 4p + 4dn - 16d \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} . \frac{a}{bn}$$

Nun summire man eine jede Colonne besonders für sich, so werden die Summen derselben folgende seyn:

Erste Colonne $= pn^2$

Zweite .... $= -\frac{1}{2}pn^2 + \frac{1}{2}pn$

Dritte .... $= \frac{1}{2}dn^3 - \frac{1}{2}dn^2$

Vierte .... $= -\frac{1}{3}dn^3 + \frac{1}{2}dn^2 - \frac{1}{6}dn$

also, wenn man diese einzelnen Summen addiret, ist

$$P = (3pn^2 + 3pn + dn^3 - dn) . \frac{a}{6bn}$$

also

$$P = [(n + 1) . 3p + (n^2 - 1) . ad)] : 6b$$

Dieses ist also eine neue Formel, bei der die Kräfte nach einer arithmetischen Reihe in jeder Abtheilung gleichförmig zu nehmen.

§. 19.

So wie Fig. 10 der Hebelarm BC nach und nach abnimmt, eben so nimmt verhältnißmäßig die Kraft zu, wenn sie in jedem nachfolgenden Abstande der Last Q das Gleichgewicht halten soll.

Denn man theile BC in n gleiche Theile, als Br, rs, st ꝛc., so verhalten sich die abnehmenden Hebelarme, wie ihre Theile, nämlich wie $n : (n-1) : (n-2) \ldots$ ꝛc. Setzet man nun in B eine Kraft p, welche der Last Q das Gleichgewicht hält, so sind nach §. 13 die auf einander folgende Kräfte in $r = \frac{BC.p}{Cr}$, in $s = \frac{BC.p}{Cs}$, in $t = \frac{BC.p}{Ct}$ ꝛc.; nämlich es wird die Folgeordnung dieser Kräfte $= \frac{BC.p}{n}, \frac{BC.p}{n-1}, \frac{BC.p}{n-2} \ldots \frac{BC.p}{n-n}$ seyn. Da nun der Divisor immer abnimmt, so müssen die Quotienten verhältnißmäßig wachsen, bis endlich die Kraft P in $C = \frac{BC.p}{n-n} = \frac{BC.p}{0} = \infty$ seyn wird.

§. 20.

Wenn Fig. 11 der Hebelarm BC in unendliche gleiche Theile getheilet ist, und man nimmt an, daß auf jeden dieser Theilungspunkte Kräfte wirken, welche der Last Q das Gleichgewicht halten, so ist, wenn die wirkenden Kräfte einander gleich sind, die Kraft P gleich dem Produkte aus dem Quadrate des

Hebelarms BC, mit der auf einem Punkte wirkenden Kraft p, getheilt durch den doppelten Abstand EC.

Denn: es sey $BC = a$, die auf jeden Punkt wirkende Kraft $= p$, der Abstand $EC = b$, und $BD = x$, so ist $CD = a - x$ und $Dn = dx$; nach §. 19 ist die verhältnißmäßige unendlich kleine Zunahme, oder das Differenziale von p in $n = pdx$, multipliziret man diese mit $CD = a - x$, so ist das Differenziale des Moments von $CD = apdx - pxdx$. Integrirt man dieses, so erhält man die Summe aller Momente des Hebelarms $BC = apx - \frac{1}{2}px^2$; dividiret man dieses nach §. 15 mit EC, und setzt für $x = a$, so ist $P = (a^2p - \frac{1}{2}a^2p) : b = \frac{a^2p}{2b}$.

§. 21.

Theilt man Fig. 11 den Hebelarm BC in unendliche gleiche Theile, und sezt fest, daß eine Kraft p, so in dem Punkt B allein wirkt, von da an in jeder einzelnen Abtheilung gleiche Zusätze erhält, so bekömmt man die Kraft P, wenn man den Kubus des Hebelarms BC mit der einfachen Kraft p multipliziret, und dieses Produkt mit dem 6fachen Abstande EC dividiret.

Denn: man setze $BC = a$, $EC = b$, $BD = x$, so ist $CD = a - x$ und $Dn = dx$, nun wird nach §. 19 der verhältnißmäßige Zuwachs oder das Differenziale von p in $n = pxdx$ seyn, weil bei der ersten Abtheilung dieser Zuwachs einmal, bei der zweiten Abtheilung aber zweimal, bei der dritten dreimal ꝛc., bis endlich dieser Zuwachs bei $D = x$ mal erscheinen wird; nun multiplizire man

das gefundene Differenziale mit CD, so erhält man das Differenziale des Moments von CD, dieses integrire man, und setze für $x = a$, dann dividire man alles mit EC nach §. 15, so ist $P = (\frac{1}{2}a^3p - \frac{1}{3}a^3p) : b = \frac{a^3p}{6b}$.

§. 22.

Was hier vom Hebel überhaupt gesagt ist, gilt auch von jedem Winkelhebel. Es ist um so viel nöthiger, dieses zu erinnern, weil künftig meistens nur die Rede von einem Winkelhebel seyn wird.

Von der schiefen Ebene.

§. 23.

Wenn eine Last Q, Fig. 12, von einer Kraft P, die mit der Länge BC der schiefen Ebene parallel ziehet, im Gleichgewicht soll erhalten werden: so verhält sich die Kraft P zur Last Q, wie die Höhe AC zur Länge BC.

Nämlich:

$$\frac{P : Q = AC : BC}{P . BC = Q . AC} \text{ folglich}$$

Man findet aus dieser Formel, daß $AC = \frac{BC . P}{Q}$ und $P = \frac{AC . Q}{BC}$ sey; aber $\frac{AC}{BC} = \text{Cos}, v$, daher wird $P = \text{Cos}, v . Q$ seyn. Die Regeln des einfachen Hebels §. 6 können auch hier angewendet werden.

§. 24.

Nimmt man nun die Kraft P weg, so daß die Last Q ungehindert auf der senkrechten Ebene DB ruhen kann, so wird der Punkt h eben so stark gedrückt, als vorher die Kraft P gezogen hat; mithin ist dieser Druck bei $h = Q . \text{Cos}, v$.

§. 25.

Wenn Fig. 13 eine Kraft P, in der Richtung ER, welche mit dem Horizont parallel gehet, einer Last Q das Gleichgewicht hält, so ist $P : Q = AC : AB$, daher wird $P = \frac{AC . Q}{AB}$ und $Q = \frac{AB . P}{AC}$ seyn; aber $AC : AB$ ist $= \text{Cotang. } v$, und $AB : AC = \text{tang. } v$; folglich $P = Q . \text{Cotang. } v$, und $Q = P . \text{tang. } v$.

§. 26.

Wird nun die Kraft P weggenommen, so ist der Druck, den die senkrechte Ebene BD in dem Punkt R auszuhalten hat $= Q . \text{Cotang. } v = \frac{AC . Q}{AB}$.

§. 27.

Hält Fig. 14 eine Kraft P, deren Richtung FS mit dem Horizont einen schiefen Winkel macht, einer Last Q das Gleichgewicht, so verhält sich $P : Q = \text{Sin. } ACB : \text{Cos } CGS$.

§. 28.

Man ziehe auf der Richtungslinie FS, die senkrechte AE mit der Ebene CD parallel, so ist das Dreieck EFG rechtwinklicht, und der Winkel $CGS = FGE$, das ist der $\text{Cos, } CGS = \text{Cos, } FGE = \text{Sin. } FEG$, daher wird nach §. 27:

$$\frac{\begin{array}{l} P : Q = \text{Sin. } ACB : \text{Sin. } FEG \text{ seyn,} \\ \text{und } AE : AC = \text{Sin. } ACB : \text{Sin. } FEG \end{array}}{P : Q = AE : AC.} \text{ also}$$

Man wird also auch hier die Regeln des 6ten §en anwenden können. Ferner wird die schiefe Ebene CD, so auf GS senkrecht stehet, in dem Punkte S den Druck $P = \frac{AE . Q}{AC}$ auszuhalten haben.

§. 29.

Wenn die schiefe Ebene Fig. 15 etwas genauer betrachtet wird, so findet man, daß sich, wie §. 28, die Kraft P zur Last Q verhalte, wie die mit BF parallele Linie AD zur Grundlinie AB.

Nämlich:

$$\frac{P : Q = AD : AB}{AB . P = AD . Q} \text{ das ist}$$

Folglich können auch hier die Regeln des 6ten §en angewendet werden. Desgleichen wird der Punkt L dem Druck $P = \frac{AD . Q}{AB}$ zu widerstehen haben.

Von dem Schwerpunkte.

§. 30.

Der Mittelpunkt eines jeden Parallelogramms ist auch zugleich der Schwerpunkt desselben.

Denn: man theile Fig. 16 die Linien AB und CD in E und F in zwei gleiche Theile, und ziehe EF. so wird dieselbe alle Elemente, wie HK, in zwei gleiche Theile theilen. Eben so wird, wenn AC und BD in H und K in zwei gleiche Theile getheilet wird, jedes Element wie EF durch HK in zwei gleiche Theile getheilet werden: Da nun die Linien EF und HK, während sie die Elemente theilen, sich einmal in dem Punkt G begegnen, mithin sich allda auch in zwei gleiche Theile theilen, so folget, daß der Schwerpunkt G in der Mitte des Parallelogramms ABCD anzutreffen sey.

§. 31.

Wenn Fig. 16 die Fläche ABCD den Durchschnitt einer Mauer vorstellte, so wird die Schwere desselben mit ihrer ganzen Kraft nach der senkrechten Linie EF wirken, und der Punkt F wird den Druck des Gewichts Q, welcher der ganzen Schwere des Durchschnitts gleich ist, auszuhalten haben.

§. 32.

Theilet man in einem Dreieck ABC, Fig. 17, zwei willkührliche Seiten, wie hier AC und BC in D und E in zwei gleiche Theile, und ziehet die Linien AE und BD, so ist der gemeinschaftliche Durchschnittspunkt G der Schwerpunkt dieses Dreiecks.

Denn: man betrachte das Dreieck ABC, als ob es aus lauter Elementen, wie EH, zusammen gesezt wäre, so wird BD jedes dieser Elemente in zwei gleiche Theile theilen. Eben so wird auch die Linie AE jedes Element, so mit BC parallel gehet, in zwei gleiche Theile theilen; folglich wird der gemeinschaftliche Punkt G der Schwerpunkt seyn.

§. 33.

Wenn man in einem rechtwinklichten Dreieck ABC, Fig. 17, aus dem Schwerpunkt G die senkrechte GF auf die Grundlinie AB fället, so wird AF = $\frac{1}{3}$AB seyn.

Denn: das Dreieck BEN ist ähnlich dem Dreieck BCD, daher verhält sich BE : BC = EN : CD. Nun aber ist BE = $\frac{1}{2}$BC, also wird auch EN = $\frac{1}{2}$CD seyn. Das $\triangle$ GEN $\sim$ $\triangle$ ADG, folglich verhält sich EN : GE = AD : AG. Da nun EN = $\frac{1}{2}$CD = $\frac{1}{2}$AD ist, so folget, daß GE = $\frac{1}{2}$AG = $\frac{1}{3}$AE sey. Endlich ist GF parallel mit EH, daher verhält sich AE : AH = GE : FH, da aber, wie oben gesagt, GE = $\frac{1}{3}$AE, so folget, daß FH = $\frac{1}{3}$AH sey, aber AH ist = $\frac{1}{2}$AB, folglich ist FH = $\frac{1}{6}$AB, mithin AF = $\frac{2}{6}$AB = $\frac{1}{3}$AB.

§. 34.

Wäre das Dreieck ABC, Fig. 17, der Durchschnitt einer Mauer, deren Grundlinie AB vorstellte, so würde die Schwere dieses Durchschnitts längs der senkrechten GF mit ihrer ganzen Stärke auf den Punkt F so wirken, wie ein Gewicht Q, welches der ganzen Schwere des Durchschnitts gleich wäre, in F sich äussern würde.

§. 35.

Theilt man in einem Dreiecke ABC, Fig. 18, die eine Seite BC in eine willkührliche Anzahl gleicher Theile, wie Cg, gi, in ꝛc. und ziehet durch alle Theilungspunkte g, i, n ꝛc. mit der Grundlinie AB Parallelen hg, ki, nm ꝛc., so wird das Verhältniß der paralle-

len Abschnitte gegen einander, wie die ungeraden Zahlen seyn.

Denn: man setze BC sey in n gleiche Theile getheilet, BC sey $= a$, AB $= b$, so wird Cg $= \frac{a}{n}$, Ci $= \frac{2a}{n}$, Cn $= \frac{3a}{n}$ ꝛc. seyn. Nun aber verhält sich BC : AB $=$ Cg : hg, nämlich $a : b = \frac{a}{n} : hg$, folglich ist hg $= \frac{b}{n}$, eben so wird man ki $= \frac{2b}{n}$, nm $= \frac{3b}{n}$ finden ꝛc. Weil nun ferner Cg $=$ gi $=$ in $=$ ꝛc. ist, so werden alle Trapezia einerlei Höhe haben, solche sey $= h$, so ist das Dreieck Chg $= \frac{(o + hg).h}{2} = \frac{bh}{2n}$, ferner ist das Trapezium ghik $= (hg + ki) . \frac{1}{2}h = \left(\frac{b}{n} + \frac{2b}{n}\right) . \frac{1}{2}h = \frac{3bh}{2n}$; eben so wird das Trapezium kinm $= (ki + nm) . \frac{1}{2}h = \left(\frac{2b}{n} + \frac{3b}{n}\right) . \frac{1}{2}h = \frac{5bh}{2n}$ seyn ꝛc. Nun aber verhält sich $\frac{bh}{2n} : \frac{3bh}{2n} : \frac{5bh}{2n}$: ꝛc. wie $1 : 3 : 5 : 7$: ꝛc. das ist, die auf einander folgende Trapezien werden sich wie die ungrade natürliche Zahlen verhalten.

II. Ab-

II. Abschnitt.

Von dem Drucke der Erde bei Mauern an Festungswerken, Weinbergen, Gärten 2c.

§. 36.

Aufgehäufte Erde, welche keinen Widerstand findet, so daß sie sich frei herab bewegen und ihre natürliche Lage annehmen kann, macht mit der Höhe eine Abdachung, welche bald gröser, bald kleiner ist, je nachdem die Erde mehr oder weniger zusammenhängt. So wird

I. Thonerde eine Zeitlang ganz frei stehen bleiben, ohne daß sie sich abschiebet, und wenn sie sich abschiebet, wird sie schwerlich mit ihrer Höhe einen Winkel von 30 Grad machen.

II. Bei gemeiner Gartenerde wird dieser Abschiebewinkel kaum 45 Grad betragen.

III. Endlich bei Sand oder Sanderde kann dieser Winkel wohl zuweilen 60 Grad betragen, so wie bei Flugsand derselbe ungleich gröser angenommen werden muß.

§. 37.

Zu jeder Mauer, die einen Druck auszuhalten hat, muß die Materie so gewählet werden, daß man folgende Sätze davon annehmen kann:

I Die Mauer muß so betrachtet werden, als ob sie auf einem ganz vollkommenen festen Grund stünde; das ist, sie muß so stehen, daß sie sich nirgends hinsenken kann.

II. Man muß sich die Mauer so denken, als wenn sie eine aus einem Stück gehauene Steinmasse wäre, welche zwar umfallen, aber nicht zerbrechen kann.

III Der Durchschnitt einer Mauer muß selbst als ein unendlicher kleiner Theil der Mauer angesehen werden; weil man sich jede Mauer so vorstellen kann, als wenn sie aus lauter kleinen Abschnitten, welche parallel neben einander stehen, zusammengesezt wäre.

§. 38.

Der Druck der Erde hinter einer Mauer bei Festungswerken, Weinbergen, Gärten &c. geschiehet unter einem schiefen Winkel, welcher bald größer, bald kleiner ist, je nachdem die Erde mehr oder weniger zusammenhängt.

Denn: man setze Fig. 19 sey ein viereckigter mit Erde angefüllter Kasten BDEn, die Seite En stelle die eine Seite einer Mauer vor, wird diese nun hinweggenommen, so schiebet sich die Erde nach der Richtung der Diagonallinie BE, sr, op, &c. ab, so daß die Mauer mit dieser Diagonallinie BE einen schiefen Winkel macht, welcher bald gröser, bald kleiner ist, je nachdem die Erde mehr oder weniger zusammenhängt.

Dieser Winkel wird künftig der Abschiebewinkel genannt.

§. 39.

Weil nicht ein jeder die Werke des Belidors sogleich bei Handen haben dürfte, so fühle ich mich gedrungen, aus seiner Ingenieur-Wissenschaft bei aufzuführenden Festungswerken, erstem Theile, erstem Buche, den 32sten Paragraph dieses Schriftstellers wörtlich herzusetzen, um sich die Theorie desselben, in Ansehung des Mauerwerks, einigermasen erklären zu können.

Man sehe darüber die 20ste Figur.

„Um zu finden, wie gros die Gewalt der Erde hinter der Futtermauer BCDE ist, nehme ich die Linie AB der BD gleich an, damit ich den rechtwinklichten Triangel ABD bekomme, welcher alle die Erde enthält, welche drückt, weil die unter der Linie AD befindliche sich selbst erhält, indem der Winkel ADX = 45° ist, allein, da die Erde mehr oder weniger Kraft äussert, nachdem sie mehr oder weniger von der Spitze B entfernt ist; so müssen wir es so einrichten, daß der ganze Druck in den Punkt B gebracht werde. In dieser Absicht theile ich die Höhe BD in eine grose Menge gleicher Theile, z. B. in so viel Theile, als sie Schuhe hat, und also, gesezt, die Rede seye von einer 15 Schuh hohen Futtermauer, in 15 gleiche Theile; zieht man nun durch jeden Theilungspunkt an die Linie AD die Parallelen HG, NM, PO, RQ u. s. w., so bekömmt man zuvorderst einen kleinen Triangel HGB, hernach eine Menge Trapezia, die immer gröser werden, und welche man als so viele Potenzen, die auf die Mauer drücken, anzusehen hat. Damit wir nun eines jeden Druck finden, so wollen wir von Triangel HGB anfangen, welchen man als einen auf einer schiefliegenden Fläche LGH liegenden Körper betrachten kann, der wider

die Fläche BH wirkt, und sie niederzustoßen trachtet. Nimmt man nun die Gewalt, welche der Triangel HGB wider die Fläche äussert = b, so kann man, da der Druck des Triangels bekannt, den Druck aller unmittelbar darauf folgenden Trapezien wissen; denn da das Trapezium GN dreimal so gros als der Triangel HGB ist, so wird sein Druck wider die Fläche HN = 3b seyn; und der Druck aller übrigen folgenden kann durch die Differenzen der Quadrate der Glieder einer arithmetischen Progression ausgedrückt werden, welches folgende Progression gibt; b, 3b, 5b, 7b, 9b, 11b, 13b, 15b, 17b, 19b, 21b, 23b, 25b, 27b, 29b.

Sezt man nun ferner, daß die Wirkung des Triangels HGB, anstatt daß er nach der Länge der Fläche BH wirken sollte, in dem Punkte B beisammen ist, und daß endlich auch die Wirkung aller übrigen Trapezien in den Punkten N, P, R beisammen ist: so kann man sich vorstellen, daß eine durch b ausgedrückte Potenz an dem Ende B des Arms des Hebels BD wirkt, und daß es also, weil es mit allen den übrigen Trapezien oder Potenzen eben diese Bewandniß hat, so viel Hebel als Potenzen gibt, welche Hebel eine arithmetische Progression der natürlichen Zahlen ausmachen werden, in welcher das erste Glied den Hebel BD, und das kleinste der Hebel DK seyn wird, so daß die Progression der Hebel immer abnehmen, wie hingegen die Progression der Potenzen immer zunehmen wird; denn wenn man diese beide Progressionen dergestalt untereinander sezt, daß jede Potenz über ihren Hebel zu stehen kommt, so bekommt man:

b, 3b, 5b, 7b, 9b, 11b, 13b, 15b, 17b, =
15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, =

=19b, 21b, 23b, 25b, 27b, 29b.
=6, 5, 4, 3, 2, 1.

Nun weiß man, daß die Wirkungen verschiedener an Hebel angebrachter Potenzen in einem zusammengesezten Verhältnisse ihrer Kraft und der Länge ihrer Hebel stehen; daher muß man, um die Gewalt jeder Potenz zu finden, dieselbe durch ihren Arm des Hebels multipliziren, so wird die Summe aller Produkte der völligen Gewalt aller an ihren Armen des Hebels angebrachten Potenzen gleich seyn. Allein, da jede Potenz an das Ende des Armes BD angebracht werden kann (wenn man nach §. 15 das Produkt aus ihrer Kraft und ihrem Hebel durch die ganze Länge BD dividiret), so darf man nur die jeztgedachten Produkte durch den gemeinschaftlichen Divisor 15 dividiren, welches $\frac{1240b}{15} = 82\frac{2}{3}b$ gibt, so daß wenn $82\frac{2}{3} = f$ gesezt werden, bf die Gewalt aller an dem Punkt B vereinigten Potenzen ausdrückt.

Will man nunmehr bf in Quadratschuhen wissen, so muß man sich erinnern, daß b dem Drucke des Triangels HGB wider die Fläche BH gleich gesezt worden ist. Da nun jede von den Seiten BG und BH dieses Triangels ein Schuh ist, so wird derselbige 72 Zoll halten, und weil die Fläche wegen Zähigkeit der Erde nur die Hälfte aufhält, so ist b = 36 Quadratzolle. Also geben 36 Zoll mit $82\frac{2}{3}$ multipliziret 20 Schuh 8 Zoll für den Werth von bf."

Dieses sind also die eigenen Worte des Belidors, in Ansehung der Theorie der Mauern, welche ungeachtet ihrer Mängel bis dahin den allgemeinen Beifall des Publikums gehabt hat. Weil aber im gemeinen Leben jede vollkommene, so wie jede mangelhafte Sache, seine Vertheidiger findet, so sollen die Anhänger des Belidors die

Theorie desselben nach ihrem eigenen Wunsche hier ganz vereinfachet vorgetragen finden

§. 40.

Wenn man die gegebeue Höhe einer Mauer in n gleiche Theile theilet, und die anfängliche Kraft b nennt, so wird die an dem Punkte B, Fig. 20, angebrachte, oder vereinigte Kraft, das ist die Potenz des Belidors $= \frac{(n+1).(2n+1).b}{6}$ seyn.

Denn: man setze, die Kräfte nähmen nach dem Gesetze einer arithmetischen Reihe des ersten Ranges immer zu, so daß das erste Glied dieser Reihe = c der Unterschied = d sey, so würde die Stufenfolge der Kräfte = (c, c + d, c + 2d, c + 3d, ... b seyn. Nun setze man unter diese gefundene Reihe die abnehmende Reihe der Hebel = (n, n − 1, n − 2, n − 3 ....), und multiplizire jede Kraft mit ihrem zugehörigen Hebelarme, so ist

$$\begin{matrix}(c, & c+d, & c+2d, & c+3d\ldots)\,b\\ n, & n-1, & n-2, & n-3\ldots\end{matrix}$$

Wenn man nun obige Potenz, des Belidors = P nennt, ferner diese beide gefundene Reihen der Kräfte und der Hebelarme in einander multipliziret, und gehörig ordnet, so ist:

$$P = \left\{\begin{matrix} + cn & & & \\ + cn & + dn & - c & - d \\ + cn & + 2dn & - 2c & - 4d \\ + cn & + 3dn & - 3c & - 9d \\ + cn & + 4dn & - 4c & - 16d \\ + \ldots & + \ldots & - \ldots & - \ldots \end{matrix}\right\}.b$$

Nun addire man diese Produkte nach §. 18, und reducire diese Summe nach §. 15, so ist

$$P = \frac{(dn^2 + 3cn + 3c - d) . b}{6}$$

Vergleicht man nun diese gefundene Formel mit den Reihen Belidors, §. 39, so findet man, daß $c = 1$ und $d = 2$ seye, mithin wird die Belidorische Potenz

$$P = \frac{(2n^2 + 3n + 3 - 2) b}{6} = \frac{(n+1).(2n+1).b}{6}$$

seyn.

§. 41.

Diese eben gefundene Formel setzet uns in den Stand, jede Potenz des Belidors schnell hervorzubringen. Gesezt also, die bei §. 39 zum Muster genommene Mauer von 15 Schuh hoch seye auch hier gegeben, um die Potenz dazu zu bestimmen, so wird $n = 15$, folglich die Potenz $P = \frac{16 . 31 . b}{6} = \frac{248\,b}{3}$ $= 82\frac{2}{3}\,b$ seyn. Es ist also dieses die nämliche Potenz, welche uns Belidor in seinen Schriften liefert.

§. 42.

Die anfängliche Kraft des Belidors $= b$ ist der Hälfte des Flächeninhalts des Triangels HGB gleich.

Denn: es sey Fig. 20 die gegebene Höhe der Mauer $BD = a$; da nun der Druck des ganzen Erdreichs hinter der Mauer BD unter einem Winkel von 45 Grad angenommen worden ist, so wird der Triangel ABD gleichschenklicht und rechtwinklicht, folglich $AD = BD\sqrt{2} = a\sqrt{2}$ seyn. Nun ziehe man auf AD in dem Punkte D die senkrechte DS, und mache BS parallel mit AD, so ist das Dreieck $BDS \backsim \triangle ABD$, daher verhält sich $AD : BD = BD : DS$, das ist $a\sqrt{2} : a = a : DS$, folglich wird $DS = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$ seyn.

Endlich betrachte man den Flächeninhalt des Dreiecks HGB nach §. 24 als eine Last, welche auf der schiefen Ebene HGL soll erhalten werden; man nenne den Flächeninhalt des Dreiecks HGB $= q$, so wird der Druck, den diese Last auf den Punkt S gegen den Hebel DS nach §. 24 äussert $= q . \text{Cos}, v = \frac{1}{2} q . \sqrt{2}$ seyn, weil $\text{Cos}, v = \text{Cos}, 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ ist. Nun multiplizire man den vorhin gefundenen Hebelarm DS $= \frac{1}{2} a \sqrt{2}$ mit der gefundenen Last $= \frac{1}{2} q . \sqrt{2}$ so erhält man nach §. 4 das Moment von DS $= \frac{1}{2} a \sqrt{2} . \frac{1}{2} q . \sqrt{2} = \frac{1}{2} aq$. Nennet man nun die anfängliche Kraft in $B = b$, so ist das Moment von $BD = DB . b = ab$, da nun in dem Winkelhebel BDS beide Momente gleich sind, so ist

$$\frac{ab = \frac{1}{2} aq}{b = \frac{1}{2} q} \text{ also}$$

§. 43.

Belidor theilet seine Mauer von Schuh zu Schuh ab, daher wird $BH = BG = 1$ Schuh, mithin das Dreieck $HGB = (BH . BG) : 2 = q = \frac{1}{2}$ Quadratschuh seyn. Nun aber ist b die anfängliche Kraft in dem Punkte B, folglich ist nach §. 42 diese anfängliche Kraft $b = \frac{1}{4}$ Quadratschuh, sezt man nun dieses in der Formel §. 40, so wird man die Potenz $P = \frac{(n+1 . (2n+1) . \frac{1}{4}}{6} = \frac{(n+1).(2n+1)}{24}$ erhalten.

Z. B. Es seye zu der 15 Schuh hohen Mauer, Fig. 20, die Potenz zu bestimmen, so wird $P = \frac{16 . 31}{24} = \frac{62}{3} = 20\frac{2}{3}$ Quadratschuh seyn.

§. 44.

Belidor, und mehrere Werkverständige stimmen darin überein, daß zwei Kubikschuh Mauerwerk eben so viel wiegen als drei Kubikschuh Erde; daher ist die Potenz als Erdmasse betrachtet, in Mauerwerk zu verwandeln, dieses aber geschieht demnach, wenn man die Erdmasse mit $\frac{2}{3}$ multipliziret; mithin ist die auf Mauerwerk reduzirte Formel des Belidors, nämlich:

$$P = \frac{(n+1).(2n+1).2}{3.24} = \frac{(n+1).(2n+1)}{36}$$

§. 45.

Sollte jemand durchaus für die Belidorische Methode eingenommen seyn, so hoffe ich demselben durch obige Formel einen Dienst geleistet zu haben, weil er dadurch in den Stand gesezt wird, die Potenz dieses Schriftstellers, ohne eine Feder in der Hand, auswendig bestimmen zu können. Z. B. Es seye die mehrgedachte 15 Schuh hohe Mustermauer gegeben, man soll die auf Mauerwerk reduzirte Potenz dazu bestimmen, so wird $P = \frac{(15+1).(30+1)}{36} = \frac{16.31}{36} = \frac{4.31}{9} = 13\frac{7}{9}$ Quadratschuh seyn.

§. 46.

Wenn wir die 15 Schuh hohe Mauer Fig. 20 noch einmal vornehmen und sie von halbe zu halbe Schuh abtheilen, durch alle Theilungspunkte mit AD Parallelen ziehen, so wird BH = BG = $\frac{1}{2}$ Schuh seyn. Der Flächeninhalt des Dreiecks BHG aber wird $\frac{1}{2} . \frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{8}$ Quadratschuh enthalten, die Hälfte dieses Dreiecks = $\frac{1}{16}$ Quadratschuh wird die Gewalt anzeigen, womit es auf den Punkt B wirket, wird nun alles nach §. 44 auf Mauerwerk reduziret, so wird nach §. 40 die

Potenz $P = \frac{(30+1).(60+1).2}{3.6.16} = \frac{31.61}{144}$ $= 13\frac{19}{144}$ Quadratschuh seyn.

Würde man diese Mauer von drei zu drei Zoll abtheilen, so würde b oder die anfängliche Kraft $= \frac{1}{4}.\frac{1}{4}:2:2 = \frac{1}{64}$ seyn, mithin ist die auf Mauerwerk reduzirte Potenz $P = \frac{(60+1).(120+1).2}{3.6.64}$ $= \frac{61.121}{576} = 12\frac{469}{576}$ Quadratschuh.

Wir wollen annehmen, die vorgegebene Mauer sey in unendliche gleiche Theile getheilt, nämlich es sey $n = \infty$, so ist nach §. 42 die anfängliche Kraft $b = \frac{a}{\infty}.\frac{a}{4\infty}$; reduziren wir nun alles auf Mauerwerk und setzen diese Werthe in die Formel §. 40, so wird ganz allgemein die Potenz $P = \frac{(\infty+1).(2\infty+1)\ a^2.2}{6.\infty^2.3.4} = \frac{\infty^2 a^2}{18\infty^2} = \frac{a^2}{18}$ seyn.

Wir haben also für den Abschiebewinkel von 45° die allgemeine Formel der Potenz bereits gefunden, wie dieses weiter unten besser auseinandergesezt anzutreffen seyn wird.

§. 47.

Belidors Potenz erstreckt sich nur auf einen Abschiebewinkel von 45°, indem er alle übrige Winkel mit Stillschweigen übergeht, auch kann man sich nach seiner Methode nur der wahren Potenz in diesem einzigen Falle sehr nähern, weil seine ganze Kunst darin besteht, daß die Höhe der Mauer nur in

eine endliche Anzahl gleicher Theile getheilet wird. Allein durch §. 46 sind wir überzeugt worden, daß durch die kleinste Abtheilung einer vorgegebenen Mauer die nächste Potenz erhalten werde; Dieses soll auch im Verfolge bei der reinen Theorie der Mauern unsre Richtschnur seyn.

III. Abschnitt.

Von der reinen Theorie des Druckes der Erde beim Mauerwerke.

§. 48.

Wenn man in Fig. 21 die Höhe der Mauer $AD = a$; die Horizontallinie der drückenden Erde $AB = b$, und die Diagonallinie $AC = c$ setzet, so ist die wahre Potenz unter jedem Abschiebewinkel $= \frac{a^2 b^2}{6 c^2}$.

Denn: man theile die Höhe der Mauer AD in eine unendliche Anzahl gleicher Theile AF, FH, KH, ꝛc. und ziehe mit AC aus allen diesen Theilungspunkten Parallelen FG, HI, KL, so wird $AF = FH = \frac{a}{\infty}$ seyn. Nun verhält sich $AD : AC = DF : FG$, das ist $a : c = (a - \frac{a}{\infty}) : FG$, folglich ist $FG = c - \frac{c}{\infty}$. Eben so findet man $HI = c - \frac{2c}{\infty}$, $KL = c - \frac{3c}{\infty}$, ꝛc. Das $\triangle ACD$ ist ähnlich dem Dreiecke AFn, daher verhält sich

AC : CD = AF : Fn, das ist c : b = $\frac{a}{\infty}$: Fn, mithin ist Fn = $\frac{ab}{c.\infty}$ = AR, folglich wird AN = $\frac{2ab}{c.\infty}$, AM = $\frac{3ab}{c.\infty}$, 2c. seyn. Nun multiplizire man jede Parallellinie mit der Höhe Fn, so erhält man die auf einander folgende Parallelogrammen AFCG, FGIH, 2c. nämlich ▱ AFGC = FG . Fn = $\left(c - \frac{c}{\infty}\right) . \frac{ab}{c.\infty} = \frac{ab}{\infty} - \frac{ab}{\infty^2}$, ferner das ▱ FGIH = IH . Fn = $\left(c - \frac{2c}{\infty}\right) . \frac{ab}{c.\infty} = \frac{ab}{\infty} - \frac{2ab}{\infty^2}$; eben so wird ▱ HILK = $\frac{ab}{\infty} - \frac{3ab}{\infty^2}$, 2c. seyn. Diese Parallelogramme betrachte man als eine Last auf einer schiefen Ebene, so ist nach §. 23 die Gewalt oder der Druck, den jedes dieser Parallelogramme auf den Hebel AS äussert, zu bestimmen, indem man jedes mit $\frac{AD}{AS} = \frac{a}{c}$ multipliziret; diesem zufolge werden die auf einander folgende Kräfte = $\left(\frac{a^2b}{c.\infty} - \frac{a^2b}{c.\infty^2}\right)$; $\left(\frac{a^2b}{c.\infty} - \frac{2a^2b}{c.\infty^2}\right)$; $\left(\frac{a^2b}{c.\infty} - \frac{3a^2b}{c.\infty^2}\right)$; 2c. seyn. Nun setze man unter diese gefundene Reihe der Kräfte die Reihe der aufeinander folgenden Hebel, und multiplizire je zwei und zwei unter einander stehende Glieder; aber AR, AN, AM, 2c. stellen die Hebel vor, daher wird die Ordnung der Reihen folgende seyn:

$$\left(\frac{a^2 b}{c.\infty} - \frac{a^2 b}{c.\infty^2}\right); \left(\frac{a^2 b}{c.\infty} - \frac{2 a^2 b}{c.\infty^2}\right); \left(\frac{a^2 b}{c.\infty} - \frac{3 a^2 b}{c.\infty^2}\right); \text{rc.}$$

$$\frac{ab}{c.\infty} \quad ; \quad \frac{2ab}{c.\infty} \quad ; \quad \frac{3ab}{c.\infty} \quad ; \text{rc.}$$

Multipliziret man nun wirklich, so sind die Produkte, oder die aufeinander folgende Momente

$$= \left(\frac{a^3 b^2}{c^2.\infty^2} - \frac{a^3 b^2}{c^2.\infty^3}\right) + \left(\frac{2 a^3 b^2}{c^2.\infty^2} - \frac{4 a^3 b^2}{c^2.\infty^3}\right)$$

$$+ \left(\frac{3 a^3 b^2}{c^2.\infty^2} - \frac{9 a^3 b^2}{c^2.\infty^3}\right) + \left(\frac{4 a^3 b^2}{c^2.\infty^2} - \frac{16 a^3 b^2}{c^2.\infty^3}\right) + \ldots$$

rc. Diese Momente summire man, das ist, man addire zuerst die ersten Glieder derselben, so ist die Summe davon $= \frac{a^3 b^2}{c^2.\infty^2} \cdot \frac{1}{2} \infty^2 = \frac{a^3 b^2}{2 c^2}$; eben so wird die Summe der zweiten Glieder dieser Momente $= \frac{a^3 b^2}{c^2.\infty^3} \cdot \frac{1}{3} \infty^3 = \frac{a^3 b^2}{3.c^2}$ seyn; folglich ist die ganze Summe dieser Momente $= \frac{a^3 b^2}{2.c^2} - \frac{a^3 b^2}{3.c^2} = \frac{a^3 b^2}{6.c^2}$, welche, wenn man diese nach §. 15 reduziret, die verlangte Potenz $P = \frac{a^2 b^2}{6.c^2}$ gibt.

§. 49.

Der vorige Beweis, daß die Potenz $P = \frac{a^2 b^2}{6.c^2}$ seye, hätte durch die Differenzialrechnung auch also erwiesen werden können:

a) Man setze in Fig. 22, daß die Parallelen NH und ML unendlich nahe beisammen seyen, damit das Element der Kräfte NMLH unendlich klein werde; dann setze man CN = x, so ist NM = dx, AC seye = a, BC = b und AB = c.

b) Das Dreieck ABC ist ∽ △ CNH, daher verhält sich AC : AB = CN : NH, das ist a : c = x : NH, folglich ist NH = $\frac{cx}{a}$.

c) Das Dreieck ABC ist ∽ △ NMG, mithin verhält sich AB : BC = NM : NG, das ist c : b = dx : NG, daher wird NG = $\frac{bdx}{c}$ seyn.

d) Das Dreieck ABC ist ∽ △ ANR, daher verhält sich AB : BC = AN : AR, nämlich c : b = (a — x) : AR, also wird AR = $\frac{b.(a-x)}{c}$ seyn.

e) Das Trapezium NMLH ist = NH . NG = $\frac{cx}{a} \cdot \frac{bdx}{c} = \frac{bxdx}{a}$.

f) Dieses Trapezium betrachte man als eine auf einer schiefen Ebene liegende Last, und suche nach §. 24 die respektive Schwere desselben; das ist, man multiplizire es mit $\frac{AC}{AB} = \frac{a}{c}$, so wird die Kraft, welche dieses Trapezium in dem Punkt R auf den Hebel AS äussert, = $\frac{bxdx}{c}$ seyn.

g) Nun multiplizire man diese gefundene Kraft mit dem vorhin gefundenen Hebelarm AR, so erhält man das Differenziale der Momente längs

dem Hebel AS $= \frac{b.(a-x)}{c} \cdot \frac{bxdx}{c} = \frac{b^2}{c^2}$ $(axdx - x^2dx)$.

h) Dieses integrire man und setze für $x = a$, so ist die Summe aller Momente an dem Hebel AS $= \frac{b^2}{c^2} . S(axdx - x^2dx) = \frac{b^2}{c^2}(\frac{1}{2}ax^2 - \frac{1}{3}x^3) = \frac{b^2}{c^2} . (\frac{1}{2}a^3 - \frac{1}{3}a^3) = \frac{b^2}{c^2} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{a^3b^2}{6.c^2}$.

i) Endlich betrachte man SAC als einen Winkelhebel, an dessen einem Arm AC die Kraft P angebracht ist, so wird das Moment von AC der Summe aller vorigen Momente gleich seyn. Das ist $AC.P = \frac{a^3b^2}{6.c^2}$, nämlich $aP = \frac{a^3b^2}{6.c^2}$, also $P = \frac{a^2b^2}{6.c^2}$.

§. 50.

Diese jezt gefundene Formel ist sehr geschickt, jede Gestalt anzunehmen, indem sie bei jedem Abschiebewinkel mit Nutzen gebraucht werden kann. Denn wenn einmal der Abschiebewinkel gegeben ist, so suche man durch die Trigonometrie oder eine andere geometrische Verzeichnung die Linie AB und BC, woraus sich alsdann nach unserer Formel die Potenz sehr leicht bestimmen läßt. Gesezt also, es seye Fig. 23:

I. Der Abschiebewinkel $v = 30$ Grad, so ist $BC = \frac{1}{2}AC$, weil der Sin. $30^\circ = \frac{1}{2}$, und Cos. $30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ ist. Nun verhält sich Sin. ABC : Cos. $v = AC : AB$, das ist $1 : \frac{1}{2}\sqrt{3} = c : a$, daher ist $c = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ und $c^2 = \frac{4a^2}{3}$. Ferner verhält

sich Sin. ACB : Sin. BAC = AB : BC, das ist $\frac{1}{2}\sqrt{3} : \frac{1}{2} = a : b$, folglich wird $b = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ und $b^2 = \frac{a^2}{3}$ seyn. Sezt man nun in der Formel §. 49 für c^2 und b^2 ihre jezt gefundene Werthe, so wird die Potenz P für den Abschiebewinkel von 30 Grad $= \frac{a^2 \cdot \frac{1}{3}a^2}{\frac{4}{3}a^2 \cdot 6} = \frac{a^2}{24}$ seyn; diese reduzire man nach §. 44 auf Mauerwerk, so ist $P = \frac{a^2}{24} \cdot \frac{2}{3} = \frac{a^2}{36}$.

II) Nimmt man an, daß der Abschiebewinkel $v = 45$ Grad sey, so wird der Sin, $v =$ Cos, $v = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ seyn. Es ist also auch $AB = BC = a$, folglich $AC = a\sqrt{2}$, und $AC^2 = 2a^2 = c^2$; sezt man nun für c^2 und b^2 in §. 49 ihre jezt erhaltenen Werthe, und reduziret alles gehörig nach §. 44, so ist die Potenz P für einen Abschiebewinkel von $45° = \frac{2a^2 \cdot a^2}{6 \cdot 3 \cdot 2a^2} = \frac{a^2}{18}$. Also die nämliche Formel, welche wir §. 46 bereits entwickelt haben.

III) Werden für den Abschiebewinkel $v = 60$ Grad angenommen, so ist Sin. $v = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ und Cos, $v = \frac{1}{2}$. Man wird also auch finden, daß $c = 2a$ und $b = a\sqrt{3}$ seye, folglich wird $c^2 = 4a^2$ und $b^2 = 3a^2$ seyn. Sezt man nun dieses in der Formel §. 49 und reduziret alles nach §. 44 auf Mauerwerk, so ist die Potenz P für den Abschiebewinkel von 60 Grad $= \frac{2a^2 \cdot 3a^2}{3 \cdot 6 \cdot 4a^2} = \frac{a^2}{12}$.

IV) Auch bei einem jeden anderen Abschiebewinkel findet diese Formel statt. Denn es sey Fig. 23 alles wie vorhin, so wird man finden, daß $c = \frac{a}{\text{Cos}, v}$ und $b = \frac{a \,.\, \text{Sin}.\, v}{\text{Cos}, v}$ seye, folglich wird $c^2 = \frac{a^2}{\text{Cos},^2 v}$ und $b^2 = \frac{a^2 \,.\, \text{Sin},^2 v}{\text{Cos},^2 v}$ seyn. Sezt man nun dieses in §. 49 für c^2 und b^2, so wird die Potenz P ganz allgemein für jeden Abschiebewinkel $= \frac{a^2 \,.\, a^2 \,.\, \text{Sin},^2 v}{6 \,.\, a^2} = \frac{a^2 \,.\, \text{Sin},^2 v}{6}$ seyn. Wird endlich diese Formel nach §. 44 auf Mauerwerk reduziret, so ist $P = \frac{a^2 \,.\, \text{Sin},^2 v}{6} \,.\, \frac{2}{3} = \frac{a^2 \,.\, \text{Sin},^2 v}{9}$.

Diese lezte Formel kann bei jedem Abschiebewinkel mit Nutzen angewendet werden, aber nur so lange als BC und AD, Fig. 23, parallel gehen; denn sobald BC bei B mit dem Horizonte einen Winkel macht, sobald wird auch der Druck der Erde gröser seyn; folglich wird man alsdann keine der bisherigen Formeln benutzen können, wie dieses weiter unten noch deutlicher werden soll.

§. 51.

Bis hieher ist der Druck der Erde hinter einer Mauer so betrachtet worden, als wenn selbiger, wie Fig. 22, durch die Gewalt eines rechtwinklichten Dreiecks ABC hervorgebracht wäre; aber wie oft geschieht es nicht, daß dergleichen kostbare Mauern an Weinbergen, oder sonstigen Anhöhen, wie Fig 24, angebracht werden, wo sie dem Drucke des ganzen Berges, welcher schief auf sie wirket,

hinlänglich widerstehen sollen. In solchen Fällen kann keine der vorigen Formeln gebraucht werden, weil der Druck alsdann durch ein stumpfwinklichtes Dreieck hervorgebracht wird. Hier kann man sich ohne Theorie nicht helfen, man müßte denn blos auf Geradewohl fortmauern, glücket dieses nicht, so trägt der Bauherr den Schaden davon. Ich habe sehr oft solche kostbare Mauern an Weinbergen, Gärten ꝛc. aufführen sehen, welche grose Summen kosteten, bei denen aber vieles hätte erspart werden können, wenn man nach allgemeinen Grundsätzen dabei zu Werke gegangen wäre. Die Folge wird uns diese Grundsätze einsehen lernen.

§. 52.

Wenn der Druck hinter einer Mauer BC, Fig. 24, nicht blos durch das rechtwinklichte Dreieck BDC, sondern durch das stumpfwinklichte Dreieck BLC hervorgebracht wird, und man setzet die Höhe der Mauer BC = a, den Abschiebewinkel LBC = v, den Erhöhungswinkel DCL = o, so ist der vereinigte Druck in C, oder die Kraft P =

$$\frac{a^2 . \text{Sin,}^2 v.}{9 . (1 - \text{Tang.} v . \text{Tang.} o)}.$$

Denn: a) Man setze CR = x, so ist RK = dx, und BR = (a — x).

b) Das Dreieck BCD ist ∽ △ BRG ∽ △ RSK; ferner verhält sich Sin, RHC : Sin, RCH = CR : HR; aber Sin, RCH ist = Sin, (90° + o) = Cos, o, und Sin, RHC = Sin, BLC = Sin, y, folglich Sin, y : Cos, o = x : HR, das ist HR =

$$\frac{x . \text{Cos, } o}{\text{Sin, } y}.$$

c) Sin, RSK : Sin, RKS = RK : RS, das ist 1 : Sin, v = dx : RS, mithin ist RS = dx : Sin, v.

d) Sin, BRG : Sin, BGR = BG : BR, das ist Sin, v : 1 = BG : (a — x), folglich wird BG = (a — x) . Sin, v seyn.

e) Das Trapezium RKMH ist = HR . RS, daher multiplizire man die bei Lit b und c gefundenen Werthe in einander, so ist das Trapezium RKMH = (xdx . Sin, v . Cos, o) : Sin, y.

f) Dieses Trapezium multiplizire man nach §. 24 mit dem Cos, v, so ist die respektive Schwere desselben = (xdx . Sin, v . Cos, v . Cos, o) : Sin, y.

g) Nun multiplizire man diese respektive Schwere des unendlich kleinen Trapeziums RKMH mit dem bei Lit. d gefundenen Hebelarme BG = (a — x) . Sin, v, so erhält man das Differenziale aller Momente längs dem Hebel BF = (axdx — x^2 dx) . (Sin^2 v . Cos, v . Cos, o) : Sin, y; dieses integrire man, so ist die Summe aller Momente an dem Hebel BG = ($\frac{1}{2}$ a x^2 — $\frac{1}{3}$ x^3) . (Sin,^{2} v . Cos, v . Cos, o) : Sin, y.

h) Nun setze man für x = a, so wird die Summe längs dem Hebel BF = ($\frac{1}{2}$ a^3 — $\frac{1}{3}$ a^3) . (Sin,^{2} v . Cos, v . Cos, o) : Sin, y, das ist = (a^3 . Sin,^{2} v . Cos, v . Cos, o) : (6 . Sin, y) seyn.

i) Sin, y ist = Sin, (90 — v — o) = Cos, (v + o) = Cos, v . Cos, o — Sin, v . Sin, o. Setzet man nun dieses für den Sin, y in Lit, h, so wird die Summe aller Momente längs dem ganzen Hebel BF = (a^3 . Sin,^{2} v . Cos, v . Cos, o) : 6 (Cos, v . Cos, o — Sin, v . Sin, o) = (a^3 . Sin,^{2} v) : 6 (1 — Tang, v . Tang, o) seyn.

k) Endlich reduzire man diese Formel nach §. 15 und § 44, so ist die Kraft P = (a^2 . Sin,^{2} v) : 9 (1 — Tang, v . Tang, o).

§. 53.

Wenn in dieser Schrift die Ausdrücke Sin, Tang, Cos, ꝛc. vorkommen, so hat man sich überall zu erinnern, daß der Halbmesser Eins hier zum Grunde gelegt worden ist.

§. 54.

Setzt man in der Formel §. 52 für o = o, so ist auch die Tang, o = o, folglich wird die Potenz P alsdann = $(a^2 . \text{Sin},^2 v) : 9 (1 - \text{Tang}, v . o) = \frac{a^2 . \text{Sin},^2 v}{9}$ seyn; welches also die nämliche Formel ist, die wir §. 50, No. IV. bereits gefunden haben.

Diese in §. 52 gefundene allgemeine Formel setzet uns in den Stand, jeden nur möglichen Druck bei einer Mauer zu bestimmen, er geschehe unter einem Abschiebe- und Erhöhungswinkel, welcher es auch seyn mag; wenn nur die Gesetze der Abschiebung eines jeden Erdreichs hinlänglich genug bekannt wären. Es ist allerdings zu wünschen, daß in Ansehung des Abrollens der Erde mehrere Versuche angestellt würden; denn so lange diese Gesetze nicht besser bekannt sind, so lange, sage ich, wird man diese bequeme Formel nicht ganz zu seinem Vortheile benutzen können; und blos technische Bauleute werden immer noch auf Kosten des Bauherrn in den Tag hinein mauern. Denn es ist eine traurige, leider ziemlich allgemeine Erfahrung, daß unsre Handwerksleute gröstentheils zu nachläßig sind, um auf vernünftige Verbesserung in ihrem Gewerbe zu denken, oder zu eigennützig, um, wenn bei der unvernünftigen Methode vielleicht etwas mehr, aber nicht auf das gewissenhafteste zu verdienen ist, davon abzugehen.

§. 55.

a) Wenn in unserer §. 52 gefundenen Hauptformel der Abschiebewinkel v = 30 Grad ange-

nommen wird, so ist Sin, $v = \frac{1}{2}$, und Tang, $v = \frac{1}{3}\sqrt{3}$. Sezt man nun für Sin, v und Tang, v ihre jezt gefundenen Werthe, so wird die Potenz $P = \frac{1}{4}a^2 : 9\,(1 - \text{Tang}, o \,.\, \frac{1}{3}\sqrt{3}) = a^2 : 36\,(1 - \text{Tang}, o \,.\, \frac{1}{3}\sqrt{3})$ seyn.

b) Sezt man aber, es sey $v = 45$ Grad, so wird der Sin, $v = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, und Tang, $v = 1$ seyn. Werden nun für Sin, v, und Tang, v ihre so eben erhaltenen Werthe gesezt, so ist die Potenz $P = \frac{1}{2}a^2 : 9\,(1 - \text{Tang}, o) = a^2 : 18\,(1 - \text{Tang}, o)$.

c) Nimmt man endlich an, daß $v = 60$ Grad seye, so wird Sin, $v = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ und Tang, $v = \sqrt{3}$ seyn. Nun wird man bei einem ähnlichen Verfahren, wie bei Lit. a und b, wahrnehmen, daß die Potenz $P = a^2 : 12\,(1 - \text{Tang}, o \,.\, \sqrt{3})$ seyn wird.

§. 56.

Für Bauverständige, so mit keinen Sinus-Tafeln versehen sind, haben wir eine Zahlen-Tabelle (siehe Tab. I.) beigefüget, bei der wir die innere Einrichtung so getroffen haben, daß man mit leichter Mühe die Potenzen für alle Abschiebewinkel zwischen 30 und 60 Graden, und für alle Erhöhungswinkel von 3 zu 3 Graden, zwischen o und 60 Graden, daraus finden kann. Nämlich:

Man suche die gegebenen Winkel nach den Titeln des Randes, das ist, man suche den Abschiebewinkel in der ersten verticalen Colonne, unter dem Buchstaben W; den Erhöhungswinkel aber suche man in der ersten horizontalen Colonne neben dem Buchstaben W. Nun verfolge man beide Colon-

nen, nämlich die des Erhöhungswinkels senkrecht herunter, und die des Abschiebewinkels horizontal gegen die vorige; wo sich nun beide Colonnen schneiden, da nehme man die vorfindliche Zahl und multiplizire dieselbe mit dem Quadrat der Mauerhöhe, vom Produkte schneide man 4 Ziffer ab, so wird man die verlangte Potenz in Quadratschuhen erhalten. Die vier abgeschnittenen Dezimalziffer kann man ferner in die nächstfolgenden kleineren Theile, z. B. in Zolle ꝛc. verwandeln, um die Potenz in den kleinsten Maasen zu erhalten.

Z. B. Man verlangt die Potenz von einer 17 Schuh hohen Mauer, bei der der Abschiebewinkel = 39 Grad, und der Erhöhungswinkel = 15 Grad ist, zu finden.

Man wird, wenn man die Colonne des Abschiebewinkels und die des Erhöhungswinkels gegen einander verfolget, bis wo sie sich kreuzen, die Zahl 0562 = 562 finden; diese multiplizire man mit dem Quadrat der Mauerhöhe = 17^2 = 289, und schneide vier Ziffer ab, so wird die Potenz $P = \frac{562 \cdot 289}{10000} = 16{,}2418 = 16\frac{1}{4}$ Quadratschuhe seyn.

§. 57.

Wenn nach Tab. I. die Potenz für die Formel §. 50. No. IV. zu bestimmen ist, so erinnere man sich, daß der Erhöhungswinkel o = 0 seye; folglich wird man sogleich neben dem Abschiebewinkel in der mit 0 bezeichneten

Colonne die verlangte Zahl finden, welche, wenn man sie mit dem Quadrat der Mauerhöhe multipliziret und 4 Ziffer davon abschneidet, die begehrte Potenz gibt.

Z. B. Man wünscht die Potenz für eine 17 Schuh hohe Mauer unter dem Abschiebewinkel von 42 Grad zu wissen.

Man findet in der Tabelle neben dem Abschiebewinkel von 42 Grad in der mit o bezeichneten Colonne die Zahl 0498; diese multiplizire man mit dem Quadrat der Mauerhöhe $= 17^2 = 289$ und schneide vier Ziffer ab, so wird die Potenz $P = \frac{498 \cdot 289}{10000} = 14,3922 = 14\frac{2}{5}$ Quadratschuhe seyn.

Will man nach dieser Tabelle die Potenz Belidors bestimmen, so merke man sich nur, daß bei ihm der Abschiebewinkel jederzeit 45 Grad sey. Daher ist die in der Tabelle neben 45 Grad befindliche Zahl 0556 mit dem Quadrat der Mauerhöhe zu multipliziren, und vier Ziffer davon abzuschneiden, um die verlangte Potenz P zu erhalten.

Z. B. Es sey zu der Belidorischen 15 Schuh hohen Mustermauer die Potenz zu bestimmen.

Man multiplizire die in der Tabelle neben 45 Grad befindliche Zahl $= 0556$, mit $15^2 = 225$, und schneide vier Ziffer ab, so ist die Potenz $P = \frac{556 \cdot 225}{10000} = 12,51 = 12\frac{1}{2}$ Quadratschuh.

Nach Belidor aber ist diese Potenz $= 13\frac{7}{9}$ Quadratschuh; also $1\frac{5}{18}$ Quadratschuh zu gros,

welches also wohl verdienet, daß man seine Bemerkungen darüber mache.

§. 58.

Man hat des Raumes wegen die Erhöhungswinkel nur von 3 zu 3 Graden in der Tabelle angemerket. Wenn daher der gegebene Erhöhungswinkel zwischen diese Grade fällt, so suche man zu den nächst vorhergehenden und nächst nachfolgenden Graden nach §. 56 die zugehörigen Zahlen, und ziehe selbige von einander ab; desgleichen ziehe man auch die nächstvorhergehenden Grade von den gegebenen Graden ab, und merke in beiden Fällen die Unterschiede. Nun schliese man, wie sich 3 Grade zu dem Unterschiede der Grade verhält, eben so verhält sich der Unterschied der beiden gefundenen Zahlen zu einem noch unbekannten Unterschiede; diesen dadurch erhaltenen Unterschied addire man zu der nächst vorher gefundenen kleinern Zahl, so wird man die begehrte Zahl erhalten; diese nun multiplizire man, wie sonst, mit dem Quadrate der Mauerhöhe und schneide vier Ziffer ab, um die verlangte Potenz zu erhalten.

Z. B. Es wird für eine 14 Schuh hohe Mauer, unter dem Abschiebewinkel von 41 Graden und unter dem Erhöhungswinkel von 11 Graden, die zugehörige Potenz begehret.

Man suche in der Tabelle nach §. 56 für den Abschiebewinkel von 41 Graden und für den Er-

höhungswinkel von 9 Graden die zugehörige kleinere Zahl = 0555; ferner für den Abschiebewinkel von 41 Graden und für den Erhöhungswinkel von 12° die nächst grösere Zahl = 0587; folglich wird der erste Unterschied beider gefundenen Zahlen = 32 seyn. Nun subtrahire man 9 Grade von 11 Graden, so erhält man den zweiten Unterschied = 2 Grade; dann schliese man: $3^\circ : 2^\circ = 32 : 21\frac{1}{3}$. Diese gefundene 21 addire man zu der kleinsten Zahl 0555, so erhält man die verlangte Zahl = 0576. Diese multiplizire man mit dem Quadrat der Mauerhöhe $= 14^2 = 196$, so wird, wenn man vorher vier Ziffer davon abschneidet, die begehrte Potenz $P = \frac{576 \cdot 196}{10000} = 11,2896 = 11\frac{3}{10}$ Quadratschuh seyn.

§. 59.

Wenn eine Mauer, wie Fig. 25, nur bis auf eine gewisse Höhe mit der druckenden Erde aufgeführet werden soll, so daß sich noch eine natürliche Abdachung CK oberhalb der Mauer von selbst bildet, nämlich, wenn die hinter der Mauer befindliche drükkende Erde des rechtwinklichten Dreiecks BCD noch einen schiefen Auffsatz von Erde CKSD, wodurch der Druck merklich vermehret wird, zu tragen hat, so wird, wenn man die Höhe der Mauer BC = a, die natürliche Abdachung CK = c, den Abschiebewinkel DBC = v, und den Erhöhungswinkel LKS = o setzet, der vereinigte Druck in C, nämlich die Potenz $P = (a^2 . \text{Sin},^2 v) : [9 (1 - \text{Tang}, v . \text{Tang}, o)] + \frac{1}{3} ac . \text{Sin},^2 v . \text{Cos}, v$ seyn.

a) Man setze EC = x, so ist EF = dx, und BE = a — x; ferner sey MC = b; der Winkel y ist = 180° — (90° + v + o) = 90° — (v + o); desgleichen sind die Dreiecke MKC, MEN, und BSM einander ähnlich, eben so wie die Dreiecke BDC, BCO, und FGE auch einander ähnlich sind.

b) Es verhält sich daher MC : CK = ME : En, nämlich b : c = (b + x) : En, mithin wird En = c $+ \frac{cx}{b} = \left(1 + \frac{x}{b}\right) c$ seyn.

c) Sin, EGF : Sin, GFE = EF : EG, das ist 1 : Sin, v = dx : EG; also ist EG = dx . Sin, v = der Höhe des unendlich kleinen Trapeziums EN.

d) Sin, BRE : Sin, BER = BE : BR, nämlich 1 : Sin, v = (a — x) : BR, daher ist BR = (a — x) . Sin, v.

e) Nun multiplizire man den in Lit. b gefundenen Werth von En $= \left(1 - \frac{x}{b}\right) c$, mit dem in Lit. c gefundenen Werthe von EG = dx . Sin, v, so erhält man den Flächeninhalt des Trapeziums EN $= \left(dx + \frac{x\,dx}{b}\right) . c$. Sin, v.

f) Diesen unendlich kleinen Flächenraum multiplizire man nach § 24 mit dem Cos, v, so bekömmt man die respektive Schwere desselben = $\left(dx + \frac{x\,dx}{b}\right)$. c . Sin, v . Cos, v.

g) Diese respektive Schwere multiplizire man mit dem in D gefundenen Werthe des Hebels BR = (a — x) Sin, v, so gibt dieses Produkt das Differenziale der Momente längs dem Hebel

$BO = \left(a\,dx + \frac{a\,x\,dx}{b} - x\,dx - \frac{x^2\,dx}{b}\right) . c .$ $\text{Sin},^2 \mathfrak{v} . \text{Cos}, \mathfrak{v}.$

h) Nun integrire man dieses Differenziale, hernach setze man für $x = a$, so wird die Summe aller Momente längs dem Hebel $BO = \left(a\,x + \frac{a\,x^2}{2\,b} - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3\,b}\right) . c . \text{Sin},^2 \mathfrak{v} . \text{Cos}, \mathfrak{v} = \left(a^2 + \frac{a^3}{2b} - \frac{a^2}{2} - \frac{a^3}{3b}\right) . c . \text{Sin},^2 \mathfrak{v} . \text{Cos}, \mathfrak{v} = [(3a^2\,b + a^3) : 6\,b] . c . \text{Sin},^2 \mathfrak{v} . \text{Cos}, \mathfrak{v}$ seyn.

i) Endlich verhält sich Sin, MKC : Sin, KMC = MC : CK, das ist Sin, y : Cos, $\mathfrak{o}$ = MC : c. Nun ist MC = b und Sin, y = Sin, 90 − ($\mathfrak{v}$ + $\mathfrak{o}$) = Cos, ($\mathfrak{v}$ + $\mathfrak{o}$) = (Cos, $\mathfrak{v}$. Cos, $\mathfrak{o}$ − Sin, $\mathfrak{v}$. Sin, $\mathfrak{o}$); also ist MC = b = c . (Cos, $\mathfrak{v}$. Cos, $\mathfrak{o}$ − Sin, $\mathfrak{v}$. Sin, $\mathfrak{o}$) : Cos, $\mathfrak{o}$ = c . (Cos, $\mathfrak{v}$ − Sin, $\mathfrak{v}$. Tang, $\mathfrak{o}$); sezt man nun bei Lit. h für b diesen gefundenen Werth, so ist die Summe aller Momente = (a^3 . c . Sin,^{2} $\mathfrak{v}$. Cos, $\mathfrak{v}$) : [6 c (Cos, $\mathfrak{v}$ − Sin, $\mathfrak{v}$. Tang, $\mathfrak{o}$)] + ($\frac{1}{2}a^2$ c . Sin,^{2} $\mathfrak{v}$. Cos, $\mathfrak{v}$) = (a^3 . Sin,^{2} $\mathfrak{v}$) : [6 (1 − Tang, $\mathfrak{v}$. Tang, $\mathfrak{o}$)] + ($\frac{1}{2}a^2$ c . Sin,^{2} $\mathfrak{v}$. Cos, $\mathfrak{v}$).

k) Nun reduzire man dieses nach § 15 und 44, so wird die vereinigte Kraft in C nämlich die verlangte Potenz P = (a^2 . Sin,^{2} $\mathfrak{v}$) : [9 (1 − Tang, $\mathfrak{v}$. tang, $\mathfrak{o}$)] + ($\frac{1}{3}$a c . Sin,^{2} $\mathfrak{v}$. Cos, $\mathfrak{v}$) seyn.

§. 60.

I Wenn in dieser gefundenen Formel der Abschiebewinkel $\mathfrak{v}$ = 30 Grad ist, so wird Sin,

$30^\circ = \frac{1}{2}$, und Cos, $30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, desgleichen Tang, $30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$ seyn; werden nun diese Werthe in obiger Formel gehörig substituiret, so wird die Potenz $P = a^2 : [36 (1 - \frac{1}{3}\sqrt{3} . \text{Tang}, v)] + ac\sqrt{3} : 24$ seyn.

II. Nimmt man aber an, daß der Abschiebewinkel $v = 45$ Grade sey, so wird Sin, $v =$ Cos, $v = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, und die tang, $v = 1$ seyn, woraus man nach geschehener Substitution und Reduktion die Potenz $P = a^2 : [18 (1 - \text{Tang}, v)] + ac \sqrt{2} : 12$ erhalten wird.

III. Wird endlich der Abschiebewinkel $v = 60$ Grade gesezt, so ist Sin, $v = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, Cos, $v = \frac{1}{2}$, und Tang, $v = \sqrt{3}$, mithin wird die Potenz $P = a^2 : [12 (1 - \text{Tang}, v . \sqrt{3})] + ac : 8$ seyn.

§. 61.

Das erste Glied der allgemeinen Formel §. 59 trift ganz mit der Potenz §. 52 überein; folglich kann das erste Glied dieser Formel aus Tab. I. eben so entwickelt werden, wie §. 56, 57, 58 gelehrt worden ist. Das zweite Glied dieser Formel, nämlich $\frac{1}{3} ac . \text{Sin},^2 v . \text{Cos}, v$, wird aus eben dieser Tabelle durch die mit ac bezeichnete Colonnen hervorgebracht, indem man die Colonne des gegebenen Abschiebewinkels horizontal verfolget, bis man auf eine in der mit ac bezeichneten Colonne vorfindliche Zahl trift; diese multiplizire man mit der gegebenen Mauerhöhe und mit der natürlichen Abdachungslinie CK, Fig. 25; vom Produkte schneide man 4 Ziffer ab, und addire das Herauskommende zu dem gefundenen ersten Gliede der Potenz, um die begehrte Potenz P zu erhalten.

Z. B. Es soll für eine 13 Schuh hohe Mauer, unter dem Abschiebewinkel von 48° und unter dem Erhöhungswinkel von 10 Graden, mit einer na- lichen Abdachungslinie CK = 7 Schuh, die Potenz P gesucht werden.

Man suche nach §. 58 das erste Glied der Potenz, so wird man finden, daß selbiges = $\frac{765 \cdot 13^2}{10000} = \frac{765 \cdot 169}{10000} = 12{,}9285$ Quadratschuhe seye. Nun wird man auch, wenn man die Colonne des gegebenen Abschiebewinkels von 48 Graden verfolget, in der mit ac bezeichneten Colonne die Zahl 1232 finden, diese multiplicire man mit der gegebenen Mauerhöhe = 13 Schuh und mit der natürlichen Abdachungslinie der noch übrigen drückenden Erde = 7 Schuh, und schneide vom Produkte vier Ziffer ab, so ist 1232 . 13 . 7 = 112112, also das zweite Glied = 11,2112 Quadratschuhe. Endlich addire man beide gefundene Glieder, so wird die begehrte Potenz P = 12,9285 + 11,2112 = 24,1397 Quadratschuhe seyn.

§. 62.

Wenn in unsrer Hauptformel, §. 59, der Erhöhungswinkel o = o ist, so ist auch die Tang. o = o, mithin wird die Potenz $P = a^2 : \text{Sin,}^2 v : 9 + \frac{1}{3} ac . \text{Sin,}^2 v . \text{Cos,} v$ seyn.

Dieses ist also eine neue Formel, um bei Mauern (welche ausser der drückenden Erde des hinter ihr befindlichen rechtwinklichten Dreiecks BCD auch noch den Druck eines rautenförmigen Vierecks CKLD zu widerstehen haben) die Potenz zu finden. Diese Formel kann bei verschiedenen Gelegenheiten mit Nutzen angewendet werden, besonders wenn Heerstrasen neben Flüssen her-

ziehen, so daß diese Heerstrasen durch das öftere Austreten des Flusses verderben würden, wenn keine Ufermauern nahe am Strande oder in einiger Entfernung angebracht wären. Fig. 26 sey eine solche Mauer, durch ABCF werde der Durchschnitt der Ufermauer an dem Flusse AH vorgestellet, so wird der Durchschnitt der Erde, welche den Druck längs der Mauer BC verursacht, durch das Trapezium BCKL zu erkennen seyn, wo alsdann CK die natürliche Abdachung und LK die Breite der Heerstrase seyn wird.

§. 63.

I. Es sey in unserer Formel §. 62 der Abschiebewinkel $v = 30^\circ$, so ist $\text{Sin}, 30^\circ = \frac{1}{2}$, und $\text{Cos}, 30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, folglich ist, wenn man diese Werthe in der Formel §. 62 substituiret, die Potenz $P = a^2 . \frac{1}{4} : 9 + \frac{1}{3}ac . \frac{1}{4} . \frac{1}{2}\sqrt{3} = a^2 : 36 + ac\sqrt{3} : 24.$

II. Wird man annehmen, daß der Abschiebewinkel $v = 45$ Grade seye, so ist $\text{Sin}, v = \text{Cos}, v = \frac{1}{2}\sqrt{2}$; folglich wird die Potenz $P = a^2 . \frac{1}{2} : 9 + \frac{1}{3}ac . \frac{1}{2}\sqrt{2} . \frac{1}{2}, = a^2 : 18 + ac\sqrt{2} : 12$ seyn.

III. Endlich wenn der Abschiebewinkel $v = 60$ Grade gesezt wird, so ist der $\text{Sin}, 60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ und $\text{Cos}, 60^\circ = \frac{1}{2}$; daher wird der vereinigte Druck in C, nämlich die Potenz $P = a^2 . \frac{3}{4} : 9 + \frac{1}{3}ac . \frac{3}{4} . \frac{1}{2} = a^2 : 12 + ac : 8$ seyn.

§. 64.

Die Formel §. 62 unterscheidet sich von der Formel §. 59 nur darin, daß in der ersten der

Erhöhungswinkel $o = o$ ist, daher kann nach §. 61 aus Tab. I. die Potenz eben so wie da entwickelt werden; nur muß in der Tabelle der Erhöhungswinkel o angenommen werden.

Z. B. Man soll die Potenz für eine 12 Schuh hohe Mauer, bei der die drückende Erde oberhalb der Mauer eine 6 Schuh lange Abdachungslinie CK, Fig. 26, bildet, unter dem Abschiebewinkel von 37 Graden bestimmen.

Man suche in Tab. I. den gegebenen Abschiebewinkel von 37 Graden, so findet man darneben, in der mit o' bezeichneten Colonne, die Zahl 0403, und weiter fort in der nämlichen Richtung, unter ac, die Zahl 0965. Die erste Zahl multiplizire man mit dem Quadrat der Mauerhöhe, die zweite aber mit der Mauerhöhe und mit der natürlichen Abdachungslinie CK = 6 Schuhe,

so ist das erste Glied der Potenz $= \frac{403 \cdot 144}{10000}$ $= 5{,}8032$; das andere aber $= \frac{965 \cdot 12 \cdot 6}{10000} =$ $6{,}9480$; addiret man nun beide, so wird die Potenz $P = 12{,}7512$ Quadratschuhe seyn.

IV. Abschnitt.

Von dem Drucke der Erde bei Futtermauern, welche mit Brustwehren versehen sind.

§. 65.

Wenn eine Futtermauer, Fig. 27, AC, ausser dem gewöhnlichen Drucke der hinter derselben befindlichen Erde des rechtwinklichten Dreiecks ABC, auch den Druck einer vorhandenen Brustwehre zu widerstehen hat, so wird man, um die Potenz dazu zu bestimmen, mit den grösten Schwierigkeiten zu kämpfen haben. Es ist um uns herum dunkel, man hat auch nicht den geringsten Lichtstral vor sich, jemals seinen Endzweck zu erreichen; allein, Geduld und Beharrlichkeit geben uns auch hier solche Mittel an die Hand, das einmal vorgesteckte Ziel erlangen zu können, wie man solches weiter unten sehen wird, nachdem wir zuerst die blos praktische Lehre des Belidors über diesen Gegenstand auseinandergesezt haben werden.

Belidor nimmt eine 25 Schuh hohe Mauer, Fig. 27, und theilet die Höhe von Schuh zu Schuhe ab, dann sezt er die Reihe der Kräfte dergestalt neben einander, daß die 20 ersten Glieder um 10 Einheiten vermehret werden, die 5 übrigen Glieder läßt er in ihrer natürlichen Ordnung neben den 20 vergröserten Gliedern stehen; unter diese Reihe sezt er die abnehmende Reihe der Hebelarme, und um die Potenz zu erhalten, verfährt Belidor eben so, wie § 39 gezeiget worden ist. Durch dieses Verfahren erhält Belidor endlich

endlich das Produkt 8625 b, welches, wenn es gehörig nach den §en 15, 42 und 44 reduziret wird, die Potenz $P = 57\frac{1}{2}$ Quadratschuh gibt, (siehe Belidors Theorie des Mauerwerks §. 35 und 36).

§. 66.

Wenn man, so wie Belidor in Fig. 27, der Potenz wegen die Mauer AC gleichfalls in Schuhe abtheilet, und jedes Glied der zunehmenden Reihe der Kräfte, bis auf eine gewisse Anzahl derselben, um eine bestimmte gleiche Gröse, z. B. um 10 Einheiten vermehret, dann die gewisse Anzahl der Glieder von $GC = b$ und von $AG = c$ setzet; so ist die Summe der Produkte längs der Linie $GC = [(2b + 31).(b + 1).b + (b + 10).6bc] : 6$, und längs der Linie $AG = [(2c + 1).(c + 1).c + (c + 1).6bc] : 6$, folglich die ganze Potenz $P = [(2b + 31).(b + 1).b + (2c + 1).(c + 1).c + (b + c + 11).6bc] : [36.(b + c)]$.

Denn: man setze, das erste der um eine gewisse Einheit vermehrten Glieder sey $= e$, der jedesmalige Unterschied $= d$; da nun durch $b + c$ die ganze Höhe der Mauer vorgestellet wird; so werden die Glieder der Reihen also untereinander stehen:

$e;\quad e + d;\quad e + 2d;\quad e + 3d \ldots$ die Kräfte,
$b + c;\quad b + c - 1;\quad b + c - 2;\quad b + c - 3 \ldots\ldots$ Hebel.

Nun multiplizire man je zwei und zwei untereinander stehende Glieder, so wird die Folgeordnung der Produkte diese seyn:

$$\text{Produkte.}\begin{cases} be + ec \\ be + ec - e + bd + dc - d \\ be + ec - 2e + 2bd + 2dc - 4d \\ be + ec - 3e + 3bd + 3dc - 9d \\ be + ec - 4e + 4bd + 4dc - 16d \\ .. + .. - .. + ... + ... - ... \end{cases}$$

Man addire diese Produkte also: man suche die Summe einer jeden Colonne besonders, so ist:

$$\text{Colonnen.}\begin{cases} I. = b^2e \\ II. = bec \\ III. = -\tfrac{1}{2}b^2e + \tfrac{1}{2}be \\ IV. = \tfrac{1}{2}b^3d - \tfrac{1}{2}b^2d \\ V. = \tfrac{1}{2}b^2cd - \tfrac{1}{2}bcd \\ VI. = \tfrac{1}{3}b^3d + \tfrac{1}{2}b^2d - \tfrac{1}{6}bd. \end{cases}$$

Da nun die bestimmte gleiche Gröse = 10 angenommen worden, so wird $e = 11$, und $d = 2$ seyn. Sezt man nun für d und e ihre Werthe, und reduzirt die Summen obiger Colonnen, so ist die ganze Summe der Produkte längs der Mauer GC $= [(2b + 31) . (b + 1) . b + (b + 10) . 6bc] : 6 .... A.$

Bei einer ferneren Untersuchung findet man, daß das erste Glied, welches der durch b ausgedrückten Anzahl von Gliedern folget, gleich: $2b + d - 1$, das zweite dieser Glieder $= 2b + 2d - 1$, das dritte $= 2b + 3d - 1$ seyn wird ꝛc. Mithin werden die beiden Reihen der Kräfte und der Hebel also untereinander stehen:

$$\begin{matrix} 2b + d - 1; & 2b + 2d - 1; & 2b + 3d - 1 \ldots \\ c \quad ; & c - 1 \quad ; & c - 2 \quad \ldots \end{matrix}$$

Man multiplizire nun abermals je zwei und zwei untereinander stehende Glieder, so ist die Folgeordnung der Produkte diese:

$$\text{Produkte:}\left\{\begin{array}{l} 2bc + dc - c \\ 2bc + 2dc - c - 2b - 2d + 1 \\ 2bc + 3dc - c - 4b - 6d + 2 \\ 2bc + 4dc - c - 6b - 12d + 3 \\ 2bc + 5dc - c - 8b - 20d + 4 \end{array}\right\}$$

Addiret und reduziret man alles gehörig, wie vorhin, so wird die Summe aller Produkte $= [(2c+1).(c+1).c + (c+1).6bc]:6$ seyn...B.

Addiret man endlich diese Reihe Lit. B zu der Lit. A, so wird die Summe dieser beiden Reihen $= [(2b+31).(b+1).b + (2c+1).(c+1).c + (b+c+11).6bc]:6$ seyn.

Reduziret man nun alles gehörig nach §. 15, 42 und 44, so wird die Potenz des Belidors bei Futtermauern, welche Brustwehren zu tragen haben, $= [(2b+31).(b+1).b + (2c+1).(c+1).c + (b+c+11).6bc]:[36.(b+c)]$ seyn.

§. 67.

Es sey, Fig. 27, AC eine solche 25 Schuh hohe Mauer, welche nebst dem Drucke der hinter ihr liegenden Erde, noch dem Druck der Brustwehre zu widerstehen hat, so wird nach der so eben gefundenen Formel die Potenz derselben, wenn man $b = 20$, $c = 5$ setzet, nämlich $P = (71.21.20 + 11.6.5 + 36.6.100):(36.25) = (29820 + 330 + 21600):900 = 5175:90 = 57\frac{1}{2}$ Quadratschuh seyn. Dieses ist also die nämliche Potenz, wie sie uns Belidor in seinen Schriften angibt.

V. Abschnitt.

Von der reinen Theorie der Potenzen bei Futtermauern, welche mit Brustwehren versehen sind.

§. 68.

Wenn man, Fig. 28, die Höhe der Mauer BC = a, den Abschiebewinkel FGC = v, das Stück der Mauer GC = b, die hintere Höhe der Brustwehre EL = f nennet, so ist der Druck, welchen das Stück Erde CEFG in dem Punkte C äussert = $((3a - 2b) \,.\, b^2) : [6 \,.\, (1 + \text{Tang}, v \,.\, \text{Cotang}, z)] + (a - \frac{1}{2}b) \,.\, bf] \,.\, 2 \,.\, \text{Sin},^2 v : 3a$.

Denn: a) Man setze die Abdachungslinie FE = c, Cn = x, so ist mn = dx, und Bn = a — x; dann suche man aus der vorderen und hinteren Höhe der Brustwehre den Unterschied PF — LE = FK; so verhält sich FE : FK = Sin, FKE : Sin, KEF, das ist c : FK = 1 : Sin, KEF; folglich ist Sin, KEF = $\frac{FK}{C}$. Die gefundenen Grade dieses Winkels addire man zu 90 Graden, so wird man den Winkel FMB = z erhalten.

b) Sin, ELC : Sin, ECL = EC : EL, das ist 1 : Cos, v = EC : f; folglich wird EC = f : Cos, v seyn.

c) Sin, z : Sin, MEC = EC : MC, nämlich Sin, z : (f : Cos, v) = Sin, y : MC; folglich ist MC = $\frac{f \cdot \text{Sin}, y}{\text{Sin}, z \cdot \text{Cos}, v}$, welchen Ausdruck wir einsweilen g nennen wollen.

d) Die Linie MC : Mn = EC : nS, das ist g : g + x = (f : Cos, v) : nS, also wird nS durch $\left(1 = \frac{x}{g}\right) \cdot (f : \text{Cos}, v)$ ausgedruckt werden können.

e) Sin, mrn : Sin, mnr = mn : nr, das ist 1 : Sin, v = dx : nr, mithin ist nr = dx . Sin, v.

f) Der Flächeninhalt des Trapeziums Sm ist $= nS \cdot nr = \left[\left(1 + \frac{x}{g}\right) \cdot \left(\frac{f}{\text{Cos}, v}\right)\right] \cdot dx \cdot \text{Sin}, v = \left(dx + \frac{x\,dx}{g}\right) \frac{f \cdot \text{Sin}, v}{\text{Cos}, v}$.

g) Diesen unendlich kleinen Flächeninhalt multiplizire man nach §. 24 mit dem Cos, v, so wird die respektive Schwere desselben $= \left(dx + \frac{x\,dx}{g}\right) \cdot f \cdot \text{Sin}, v$ seyn.

h) Sin, BHn : Sin, BnH = Bn : BH, nämlich 1 : Sin, v = (a — x) : BH, daher ist BH = (a — x) . Sin. v.

i) Nun multiplizire man die bei Lit. g und h gefundenen Werthe, so erhält man das Differenziale der Momente längs der Linie NR als ein Stück des Hebels BN; dieses Differenziale ist demnach $= \left(a\,dx + \frac{a\,x\,dx}{g} - x\,dx - \frac{x^2\,dx}{g}\right) \cdot f \cdot \text{Sin}^2, v$.

k) Dieses Differenziale integrire man und setze hernach für $x = b$, so hat man die Summe aller Momente längs der Linie $NR = \left(ab + \frac{ab^2}{2g} - \frac{1}{2}b^2 - \frac{b^3}{3g}\right) . f . Sin,^2 v . = [(3a + 2b) . b^2 : 6g + (a - \frac{1}{2}b) . b] . f . Sin,^2 v.$

l) Nun ist $Sin, y = Sin, (180^0 - v - z) = Sin, (v + z) = Sin, v . Cos, z + Sin, z . Cos, v$. Setzet man nun dieses für den Sin, y in Lit. c, so wird $g = [f, (Sin, v . Cos, z + Sin, z . Cos, v)] : Cos, v . Sin, z = f . (1 + Tang. v . Cot, z)$ seyn. Wird dieses für g in obige Formel gesezt, so wird man die Summe aller Momente längs dem Stück des Hebels $NR = [(3a - 2b) b^2 : (6 . (1 + Tang, v . Cot, z)) + (a - \frac{1}{2}b) . bf] . Sin,^2 v$ haben.

m) Endlich reduzire man dieses nach §. 15 und 44, so wird der Druck in C, nämlich die Potenz $P = [(3a - 2b) . b^2 : (6 . (1 + Tang, v . Cot, z)) + (a - \frac{1}{2}b) . bf] . [(2 Sin,^2 v) : 3a]$ seyn.

§. 69.

Bei einer ferneren Untersuchung, Fig. 28, wird man noch folgende Sätze wahrnehmen, als:

I. Nach §. 68, Lit. l, ist $g = f . (1 + Tang, v . Cot, z)$, aber LE ist $= f$, also wird, wenn man nach Lit. c, $g = MC$ setzet, $MC = EL . (1 + Tang, v . Cot, z)$ seyn.

II. $Sin, v : Sin, y = FE : CG$; nun setze man aus §. 68, Lit. l, für Sin, y dessen Werth, so verhält sich $Sin, v : (Sin, v . Cos, z + Sin, z . Cos, v)$

$= FE : CG$, das ist $1 : (Cos, z + Sin, z . Cot, v) = FE : CG$; also ist $CG = FE . (Cot, v . Sin, z + Cos, z)$.

III. $EM : MC = Sin, v : Sin, y$ aber nach §. 68, Lit. c, ist $MC = \frac{f . Sin, v}{Sin, z . Cos, v}$, daher verhält sich $ME : \left(\frac{f . Sin, y}{Sin, z . Cos, v}\right) = Sin, v : Sin, y$, mithin ist $ME = \frac{f . Sin, v}{Sin, z . Cos, v}$; ferner verhält sich $Sin, v : Sin, z = (FE + EM) : FG$, nämlich $Sin, v : \left(FE + \frac{f . Sin, v}{Sin, z . Cos, v}\right) = Sin, z : FG$; nun ist $f = EL$, also wird $FG = EL : Cos, v + FE . Sin, z : Sin, v$ seyn.

IV. Endlich verhält sich $Sin, GTF : Sin, TGF = FG : FT$, das ist $1 : Cos, v = (EL : Cos, v + FE . Sin, z : Sin, v) : FT$, mithin wird $FT = EL + FE . Sin, z . Cot, v$ seyn.

Hier ist noch zu bemerken, daß Cos, z und $Tang, z$ negativ seyen, weil $z > 90$ Grad ist.

§. 70.

Die Mauer mag die Höhe CG erreichen oder nicht, so erinnere man sich, daß der Druck nur durch ein Stück, oder auch durch die ganze Erdmasse CEFG hervorgebracht wird, wo alsdann die Formel §. 59 zu empfehlen, und nach §. 61 aufgelöset werden kann. Aus dieser Ursache muß nach §. 69 die Linie CG zuvor bestimmt werden, um seinen Kalkul nach derselben einrichten zu können.

§. 71.

Wenn der Druck auf eine Futtermauer, Fig. 29, durch das Trapezium FGEH (so durch die vordere Abdachung der Brustwehre GF und der vorigen schrägen Linie FE gebildet wird) entstehet; so ist, wenn man BC = a, EC = b, EH = α, den Winkel GFr' = o, und endlich FK = k nennet, der vereinigte Druck in C, nämlich die Potenz $P = [((3a - 3b - 2\alpha)\alpha^2) : (6 . (1 + \text{Tang}, v . \text{Cot}, o)) + (a - b - \frac{1}{2}\alpha)\alpha k] . \frac{2 . \text{Sin},^2 v}{3 . a}$.

Denn: a) Man stelle sich vor, die Linie HC und GF seyen nach R und p'' hinaus verlängert worden, bis sie sich schneiden, so wird der Winkel, welcher bei dem Durchschnitte dieser beiden Linien entstehet, gleich seyn dem Winkel GFr', weil Fr' und CH parallel sind; dieser Winkel GFr' läßt sich aus der vorderen Höhe der Brustwehre Fr' und der Anlage derselben Gr' bestimmen. Nun nehme man diesen und den Abschiebewinkel v von 180°, so erhält man den Winkel FGH, welcher einsweilen u heisen mag.

b) Die Linie FK = k läßt sich nach §. 69, No. IV., bestimmen. Nun verhält sich Sin, FKE : Sin, KEF = EF : FK, das ist 1 : Cos, v = EF : k, daher ist $EF = \frac{k}{\text{Cos}, v}$.

c) Sin, o : Sin, u = FE : verlängte EC, das ist $\text{Sin}, o : \text{Sin}, u = \frac{k}{\text{Cos}, v}$: verlängte EC; folglich wird die verlängerte Linie $EC = \frac{k . \text{Sin}, u}{\text{Sin}, o . \text{Cos}, v}$ seyn, dieser Ausdruck kann einsweilen h heisen.

d) Verlängert EC verhält sich zu (verlängert EC + Er) wie FE : rs, das ist $h : (h + y) = \frac{k}{\text{Cos}, v} : rs$, wenn Er = y gesezt wird; mithin wird $rs = \left(1 + \frac{y}{h}\right) \frac{k}{\text{Cos}, v}$ seyn.

e) Der Flächeninhalt des unendlich kleinen Trapeziums ns ist rs . rm; aber rm ist nach §. 68, Lit. e, = dy . Sin, v; mithin wird rs . rm $= \left(dy + \frac{y\,dy}{h}\right) \cdot \frac{k \,.\, \text{Sin}, v}{\text{Cos}, v}$ seyn.

f) Die respektive Schwere des Trapeziums ns ist nach §. 24, wenn man den Flächeninhalt desselben mit Cos, v multipliziret $= \left(dy + \frac{y\,dy}{h}\right)$. k . Sin, v.

g) Sin, BNr : Sin, BrN = Br : BN, das ist 1 : Sin, v = (a — b — y) : BN; folglich wird BN = (a — b — y) . Sin, v seyn.

h) Nun multiplizire man die bei Lit. f und g gefundenen Werthe, so ist das Differenziale der Momente längs der Linie EH $= \left(a\,dy + \frac{a\,y\,dy}{h} - b\,dy - \frac{b\,y\,dy}{h} - y\,dy - \frac{y^2\,dy}{h}\right) . k . \text{Sin},^2 v$.

i) Dieses Differenziale integrire man und setze hernach für y = a, so erhält man die Summe aller Momente längs dem Hebelarme p'q $= \left(\frac{a^2 a}{2h} - \frac{a^2 b}{2h} - \frac{a^3}{3h} - aa - ba - \frac{1}{2}a^2\right)$.

$k . Sin,^2 \mathfrak{v} = [(3a - 3b - 2\alpha) . \frac{\alpha^2}{6h} + (a - b - \frac{1}{2}\alpha)\alpha] k . Sin,^2 \mathfrak{v}.$

k) $Sin, u = Sin, (180 - \mathfrak{v} - \mathfrak{o}) = Sin, (\mathfrak{v} + \mathfrak{o}) = Sin, \mathfrak{v} . Cos, \mathfrak{o} + Sin, \mathfrak{o} . Cos, \mathfrak{v}$; setzet man nun dieses für den Sin, u in Lit. c, so wird die verlängerte Linie EC nämlich $h = k \left(\frac{Sin, \mathfrak{v} . Cos, \mathfrak{o} + Sin, \mathfrak{o} . Cos, \mathfrak{v}}{Sin, \mathfrak{o} . Cos, \mathfrak{v}}\right) = k . (1 + Tang, \mathfrak{v} . Cot, \mathfrak{o})$ seyn. Setzet man nun diesen Ausdruck anstatt h in obige Formel, so ist die Summe aller Momente an dem Stücke des Hebels $p'q = [((3a - 3b - 2\alpha) . \alpha^2) : (6 . (1 + Tang, \mathfrak{v} . Cot, \mathfrak{o})) + (a - b - \frac{1}{2}\alpha) \alpha k] . Sin,^2 \mathfrak{v}$.

l) Endlich reduzire man dieses nach §. 15 und 44, so wird die vereinigte Kraft in C, nämlich die Potenz $P = [((3a - 3b - 2\alpha) . \alpha^2) : (6 . (1 + Tang, \mathfrak{v} . Cot, \mathfrak{o})) + (a - b - \frac{1}{2}\alpha) . \alpha k] . \frac{2 . Sin,^2 \mathfrak{v}}{3a}$ seyn.

§. 72.

Stellet man ferner, wie §. 69, einige kleine Untersuchungen an, so wird man finden, daß:

I. Verläng. $EC = FK . (1 + Tang, \mathfrak{v} . Cot, \mathfrak{o})$

II. $EH = GF (Cot, \mathfrak{v} . Sin, \mathfrak{o} + Cos, \mathfrak{o})$

III. $GH = \frac{FK}{Cos, \mathfrak{v}} + \frac{GF . Sin, \mathfrak{o}}{Sin, \mathfrak{v}}$

IV. $GP = FK + GF . Cot, \mathfrak{v} . Sin, \mathfrak{o}$ seye.

Wenn nun die aufzuführende Mauer gröser als EC, aber doch kleiner als HC ist, so muß

zuvor EC von der gegebenen Mauerhöhe abgezogen werden, wo alsdann dieser Rest durch a ausgedrückt seyn wird. Ist aber die Mauer grösser als CH, so muß EH nach obiger Formel No. IV. bestimmet werden, um sich darnach im Rechnen richten zu können.

§. 73.

a) Betrachtet man die Lehrsätze §. 68 und 71 etwas genau, so nimmt man wahr, daß das Gesez für alle folgende Trapezien gefunden ist; denn man wird durch den nämlichen Weg finden, daß der Druck des Trapeziums MNRS, Fig. 30, längs dem Stücke des Hebels FE (wenn $NR = b$, der Winkel $RCS = r$ und $MT = c$ gesezt wird), nämlich daß die Potenz $P = [((3a - 3b - 3a - 2b) . b^2) : (6 . (1 + \text{Tang}, v . \text{Cot}, r)) + (a - b - a - \frac{1}{2}b) bc] . \text{Sin},^2 v$ seye.

b) Die Linie MS ist mit dem Horizonte parallel, folglich ist der Winkel $RCS = 90$ Grade, mithin die $\text{Cot}, r = 0$; setzet man nun dieses in obige Formel und reduziret dieselbe nach §. 15 und 44, so wird die vereinigte Kraft in C, nämlich $P = [(3a - 3b - 3a - 2b) . b^2 : 6 + (a - b - a - \frac{1}{2}b) . bc] . \frac{2 . \text{Sin},^2 v}{3a}$ seyn.

c) Da nun ferner auch $\text{Cos}, r = 0$ ist, so wird man nach §. 69 bei einer geringen Untersuchung wahrnehmen, daß:

I. $CN = MT$,

II. $NR = SM . \text{Cot}, v$,

III. $SR = MT . \text{Cos}, v + MS . \text{Sin}, v$,

IV. $SQ = MT + MS . \text{Cot}, v$ seye.

Und nun sind wir im Stande, jede Potenz bei einer Futtermauer mit Brustwehre bestimmt angeben zu können.

§. 74.

Wenn bei Fig. 37 die obere Abdachungslinie FD = 22 Schuh, die vordere Höhe der Brustwehre Fr = $6\frac{1}{2}$, die hintere Höhe DH = 5, die Höhe des Bänkleins Em = $2\frac{1}{2}$, die Böschung desselben PE = 3 Schuhe, der Abschiebwinkel v = 45 Graden gegeben sind, so wird die Potenz für eine 35 Schuh hohe Futtermauer folgendermaßen bestimmt. Nämlich:

a) Man subtrahire DH von Fr, so erhält man Fn = $6\frac{1}{2} - 5 = 1\frac{1}{2} = 1,5$ Schuhe.

b) Die Seite FD : Fn = Sin, totus : Sin, FDn, das ist 22′ : 1,5′ = 1 : Sin, FDn, mithin ist Sin, FDn = 0,0681818; daher ist der Winkel FDn = 3° 55′; folglich wird der Winkel z = 93° 55′ seyn.

c) Weil nach der Voraussetzung der Abschiebewinkel v = 45 Grad ist, so folget, daß Cot, v = 1 sey; mithin ist nach §. 69, No. II. die Linie GC = FD . (Sin, z + Cos, z) = 22 . (0,9977 — 0,0682) = 20,446 Schuhe = b, weil Cos, z negativ ist.

d) Eben so findet man, daß die Linie FQ nach §. 69, No. IV. = DH + FD . Sin, z = 5 + 22 . Sin, z = 26,949 Schuhe = k sey.

e) Nun ist (3a — 2b) = 64,108, und (a — $\frac{1}{2}$b) = 24,777, da aber Cot. z negativ ist, so folget, daß (1 — Cot, z) = 0,9315 sey; mithin wird 6 (1 — Cot, z) = 5,5892 seyn; welchen Ausdruck man für 6 (1 + Tang, v . Cot, z) zu setzen hat.

Unsere Rechnung stehet daher also:

$$\begin{array}{r} \text{Log.}\,(3a - 2b) = 1{,}8069122 \\ \text{Log.}\,b^2 = 2{,}6212168 \\ \hline \text{Log.}\,(3a - 2b)\,b^2 = 4{,}4281290 \\ \text{Log.}\,6\,(1 - \text{Cot},z) = 0{,}7473499 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \text{daher} \\ \\ \text{mithin} \end{array}$$

$$\text{Log.}\left(\frac{(3a-2b)\,.\,b^2}{6\,.\,(1-\text{Cot},z)}\right) = 3{,}6807791 = 4794{,}9;$$

Desgleichen

$$\begin{array}{r} \text{Log.}\,(a - \tfrac{1}{2}b) = 1{,}3940487 \\ \text{Log},\,b\,. = 1{,}3106084 \\ \text{Log},\,HD = 0{,}6989700 \\ \hline \text{Log},(a - \tfrac{1}{2}b)\,.\,b\,.\,HD = 3{,}4036271 = 2532{,}95. \end{array}$$

Weil nun auch $\text{Sin},^2 v = \frac{1}{2}$ ist, so folget, daß die Summe aller Momente längs dem Stücke des Hebels ab = (4794,9 + 2532,95) : 3 = 7327,85 : 3 = 2442,62 seyn wird.

Zweitens.

f) Die vordere Höhe der Brustwehre Fr verhält sich zum Sin, totus = Sr : Tang, KFr, das ist 6,5 : 1 = 1 : Tang, KFr; folglich wird die Tang, KFr = 0,1538461 seyn, mithin ist o = 8° 45′.

g) Sin, FKo : Sin, FoK = Fo : FK, aber Fo ist = Fr — or = 6,5 — 2 = 4,5; daher verhält sich Cos, o : 1 = 4,5 : FK, mithin wird FK = 4,553 seyn.

h) Die Linie GL läßt sich nach §. 72, No. II, bestimmen, sie ist = FK . (Sin, o + Cos, o) = 4,553 . 1 . 1405 = 5,1927 Schuh = a.

i) Eben so findet man die Linie KS, sie ist $= FQ + FK. \text{Sin}, o = 26{,}949 + 0{,}693 = 27{,}641 = c$, nach §. 72, No. IV.

k) Nun ist $3a - 3b - 2a = 33{,}277$, und $(a - b - \frac{1}{2}a) = 11{,}961$, so wie $6.(1 + \text{Cot}, o) = 44{,}983$ seyn wird. Aber

$$\text{Log.}\ (3a - 3b - 2a) = 1{,}5221442$$
$$\text{Log.}\ a^2 = 1{,}4307864$$

daher

$$\text{Log.}\ (3a - 3b - 2a) \cdot a^2 = 2{,}9529306$$
$$\text{Log.}\ 6.(1 + \text{Cot}, o) = 1{,}6530484$$

folglich

$$\text{Log.} \left(\frac{(3a - 3b - 2a)\, a^2}{6 : (1 + \text{Cot}, o)}\right) = 1{,}2998822$$

In Zahlen $= 19{,}948$.

Ferner:

$$\text{Log,}\ (a - b - \tfrac{1}{2}a) = 1{,}0777675$$
$$\text{Log,}\ a = 0{,}7153932$$
$$\text{Log,}\ k = 1{,}4305426 \text{ n. Lit. d.}$$

mithin

$$\text{Log,}\ (a - b - \tfrac{1}{2}a)\, ak = 3{,}2237033$$

In Zahlen $= 1673{,}8$

Folglich wird die Summe aller Momente längs dem Stücke des Hebels bc $= (19{,}948 + 1673{,}8) : 3 = 1693{,}748 : 3 = 564{,}583$ seyn.

Drittens.

1) In dem Trapezium EKLR ist der Winkel r nach §. 73, Lit. b, $= 90°$, ferner ist LR $=$ EK $= b$, und eben daselbst bei Lit. c findet man, daß $\text{Cos}, r = 1$ ist, folglich wird diesem zufolge §. 73, No. IV. die Linie EX $=$ KS $+$ EK $= 27{,}641 + 2{,}5 = 30{,}141$ Schuhe seyn, welcher Werth durch S ausgedrückt ist.

m) Nun aber ist $(3a - 3b - 3a - 2b) = 23{,}084$, und $(a - b - a - \frac{1}{2}b) = 8{,}111$, ferner $6 \cdot (1 + \mathrm{Cot}, r) = 6$; aber

$$\begin{array}{rl} \mathrm{Log}, (3a - 3b - 3a - 2b) & = 1{,}3633111 \\ \mathrm{Log}, \frac{1}{6}b^2 & = 0{,}0177281 \\ \hline \text{folglich} & \\ \mathrm{Log}, (3a - 3b - 3a - 2b) \cdot \frac{1}{6}b^2 & = 1{,}3810392 \\ \text{mithin in Zahlen} & = 24{,}046. \end{array}$$

Endlich ist auch $(a - b - a - \frac{1}{2}b)\, bc = 8{,}111 \cdot 27{,}641 \cdot 2{,}5 = 560{,}47$; mithin ist die Summe aller Momente längs dem Stücke des Hebels cd $= 584{,}516 : 3 = 194{,}839$.

Viertens.

n) Die Linie PE : Em = Sin, totus : Sin, EPm, das ist $3 : 2 = 1 :$ Sin, EPm, folglich Sin, EPm $= 0{,}6666667$; mithin wird der Winkel EPm $= 33°\ 41'$ seyn. Ziehet man nun diesen Winkel von 90 Graden, so erhält man den Winkel, so durch die Verlängerung der beiden Seiten PE und TR bei ihrem Durchschnittspunkte entstehet; er enthält daher $= 56°\ 19'$ und wird mit o angedeutet.

o) Die Linie TR ist nach §. 72, No. II. $=$ PE . (Sin, o + Cos, o) $= 1{,}3867 \cdot 3 = 4{,}16$ Schuhe $=$ d.

p) Ferner ist $(3a - 3b - 3a - 3b - 2d) = 12{,}283$, und $(a - b - a - b - \frac{1}{2}d) = 4{,}781$; desgleichen der Divisor $6 \cdot (1 + \mathrm{Cot}, o) = 10$.

g) Die Linie Py ist nach §. 72, No. IV $=$ EX + PE . Sin, o $= 30{,}141 + 3{,}0832 = 32{,}6373$ $=$ m. Nun aber ist

$$\text{Log.}(3a - 3b - 3a - 3b - 2d) = 1,0892045$$
$$\text{Log. } d^2 = 1,2381866$$
$$\text{Log. } 6.(1 + \text{Cot. } o) = 10 = 1,0000000$$

folglich

$$\text{L.}\left(\frac{(3a - 3b - 3a - 3b - 2d) \cdot d^2}{6 \cdot (1 + \text{Cot. } o)}\right) = 1,3274911$$

also in Zahlen = 21,256.

Ferner:

$$\text{Log. } (a - b - a - b - \tfrac{1}{2}d) = 0,6795187$$
$$\text{Log. } d = 0,6190933$$
$$\text{Log. } s = 1,4791577 \text{ n. Lit. c.}$$

daher

$\text{Log. } (a - b - a - b - \tfrac{1}{2}d)\, ds = 2,7777697$; folglich in Zahlen = 599,48.

Daher wird die Summe aller Momente längs dem Stücke des Hebels dh = 620,736 : 3 = 206,912 seyn.

Fünftens.

r) Addire man nach §. 72, Lit. a, alle Mauerstücke, als b, a, b, d, und subtrahire dieses von der ganzen Mauerhöhe. Nun aber ist (b + a + b + d) = 32,3; ziehet man dieses von 35 ab, so bleibt für BT, als dem Reste, noch 2,7 Schuh = g übrig.

s) Nun aber ist (3a — 3b — 3a — 3b — 3d — 2c) = 2,7, und (a — b — a — b — d — $\frac{1}{2}$c) = 1,35. Die Linie MP ist mit dem Horizonte parallel, daher gilt hier alles, was §. 73 gesagt worden ist. Ferner ist (3a — 3b — 3a — 3b — 3d — 2c) c^2 = 3,281, und (a — b — a — b — d — $\frac{1}{2}$c) . cm = 118,963, mithin wird die Summe aller Momente längs dem Stücke des Hebels Bh = 122,244 : 3 = 40,748 seyn.

t) Endlich

t) Endlich addire man alle Momente längs dem Hebel aB = 2442,62 + 564,583 + 194,839 + 206,912 + 40,748 = 3449,702, und dividire alles mit der Mauerhöhe nach §. 15, so wird die ganze in C wirkende Kraft, nämlich die Potenz P = 3449,702 : 35 = 98,563 Quadratschuhe seyn.

Wir haben mit Fleiß eine solche hohe Mustermauer gewählet, weil alle mögliche Fälle darinnen vorkommen, und der Anfänger der Baukunst dadurch in den Stand gesezt wird, jede vorkommende Schwierigkeit sogleich zu übersehen.

§. 75.

Einige Formeln des vorhergehenden §es hätten ziemlich abgekürzet werden können: Z. B. die Formel Lit. s hätte gar leicht in $(c + 3m)\, C^2 . \mathrm{Sin},^2 v : 9a$ verwandelt werden können. Allein, wir haben hier mit Fleiß das Gesez §. 73 beibehalten wollen, um neue Weitläuftigkeiten zu vermeiden, und dem Anfänger so verständlich zu werden, als es immer möglich ist.

§. 76.

Das Verfahren §. 74 hätte gewissermaßen um ein Merkliches erleichtert werden können. Denn man ziehe durch den Punkt r, Fig. 32, die Diagonallinie HE mit der natürlichen Abdachungslinie FC parallel, bis sich die verlängerten Linien Hr und DF in dem Punkte E schneiden; dann untersuche man die Momente der beiden Trapezien CFEH und BGmH, wie folget:

a) Man stelle sich vor, es sey Fig. 32 DF und GC parallel; man suche das arithmetische Mittel zwischen FL und Dm, welches f genannt wird; dieses addire man zu DF, welche Summe alsdann die Linie DF bezeichnen mag.

b) Wenn DF mit AB und GC parallel gesetzet wird, so ist der Winkel $z = 90$ Grad; mithin wird die Cot, $z = 0$ seyn.

c) Sin, $\mathfrak{v}$: Cos, $\mathfrak{v}$ = FE : HC, folglich ist die Linie HC = (FE . Cos, $\mathfrak{v}$: Sin, $\mathfrak{v}$ = FE . Cot, $\mathfrak{v}$, welches der Ausdruck für b ist.

d) Setzet man die Höhe der Mauer BC = a, und subtrahiret das bei Lit. c gefundene b, so erhält man BH = $\mathfrak{a}$.

e) Nun vergleiche man die beiden Formeln §. 68 und 71, verbinde dieselben mit einander, setze anstatt Cot, z und Cot. $\mathfrak{v} = 0$; so wird man finden, daß die ganze Last der Erde auf dem Punkte C, das ist, die Potenz $P = [(3a - 2b) . b^2 + (\mathfrak{a} + 3b)\, \mathfrak{a}^2 + (\mathfrak{a}^2 + 2ab - b^2) . 3f] . \frac{\text{Sin},^2 \mathfrak{v}}{9 . a}$ seye.

f) Endlich, weil $\mathfrak{a} + b = a$ ist, so wird $\mathfrak{a} = (a - b)$ und $\mathfrak{a}^2 = a^2 - 2ab + b^2$ seyn. Nun setze man in obige Formel für $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{a}^2$ ihre gehörigen Werthe, so ist die Potenz $P = a . (a + 3f) . \frac{\text{Sin},^2 \mathfrak{v}}{9}$.

Diese leichte Formel setzet uns in den Stand, jede Potenz bei Futtermauern mit Brustwehren ohne alle Mühe sogleich angeben zu können.

Z. B. Es sey alles, wie §. 74, gegeben; wird nun gefragt: wie gros die Potenz nach der so eben erklärten Methode seyn müsse? so bemerke man folgendes:

Man suche zuerst den Werth von f = (FL + Dm) : 2. = (6,5 + 5) : 2 = 5,75 Schuhe, und multiplizire selbigen mit 3, dann addire man dieses

Produkt zu der Mauerhöhe; so erhält man den Ausdruck von $(a + 3f)$.

Der Abschiebewinkel v ist $= 45°$, folglich wird $\text{Sin}^2\, v = \frac{1}{2}$ seyn.

Endlich berichtige man die Formel Lit. f, so ist die Potenz $P = 35 \cdot (35 + 17{,}25) : 18 = 35 \cdot 52{,}25 : 18 = 101{,}597$ Quadratschuhe.

Z. B. Man wünscht die Potenz bei einer 25 Schuh hohen Futtermauer, so mit einer Brustwehre versehen ist, welche vornen 6 und hinten $4\frac{1}{2}$ Schuhe zur Höhe hat, zu wissen.

Hier ist $f = (6 + 4\frac{1}{2}) : 2 = 5{,}25$ Schuhe; nimmt man nun an, daß der Abschiebewinkel $= 45$ Grad seye, so wird $P = 25 \cdot (25 + 15{,}75) : 18 = 56{,}597$ Quadratschuhe seyn.

Diese Potenz wird zwar immer etwas zu gros seyn; allein, weil solche hohe Mauern selten vorkommen, so folget, daß dieser Unterschied bei so grosen Werken, wovon hier die Rede war, nicht in Betracht zu ziehen ist.

§. 77.

Zuweilen bekömmt die Brustwehre, wie Fig. 33, ein Mäuerchen FGHE, um das Abrollen der Erde zu verhindern; dieses Mäuerchen wird gewöhnlich 4 Schuhe hoch und 3 Schuhe dick gemacht. Um nun den Druck des Dreiecks DHC zu bestimmen, setze man die Höhe dieses Mäuerchens $= h$, den Winkel KGm $= o$; behält man nun die Mauerhöhe $= a$ bei, so wird der Druck des Dreiecks DHC auf den Punkt C $= \frac{(3a + h) \cdot h^2 \cdot \text{Sin}^2\, v}{9a \cdot (1 - \text{Tang}\, v \cdot \text{Cot}\, o)}$ seyn. Sezt man aber für $o = o$, so ist dieser Druck $= (3a + h) \cdot h^2 \cdot \text{Sin}^2\, v : 9a$.

Bei obigem Verfahren siehet man sogleich, daß der Druck des Parallelogramms DCEF, seiner geringen Bedeutung wegen, ausser Acht gelassen worden ist. Ueberhaupt wird man sich nach den bisher gegebenen Regeln jederzeit zu helfen wissen.

Setzet man, wie §. 74, die Höhe der gegebenen Mauer BC = a = 35 Schuhe, die Höhe des Mäuerchens CD = h = 4 Schuhe, und den Abschiebewinkel $\mathfrak{v}$ = 45 Grade, so wird $\text{Sin},^2 \mathfrak{v} = \frac{1}{2}$ seyn. Mithin wird der Druck in C = $(3a + h).h^2. \text{Sin},^2 \mathfrak{v} : 9a = ((105 + 4).16) : (18.35) = 872 : 315 = 277$ Quadratschuhe seyn; woraus erhellet, daß man solche Kleinigkeiten, wie das Trapezium DCEF nicht zu achten habe, und zwar noch um so viel weniger, wenn die Potenz nach §. 76 bestimmet wird; ja man kann alsdann sogar den Druck des Dreiecks DHC bei Seite setzen.

§. 78.

Wir wollen, um diese Materie zu schliessen, noch den Druck der Kanonen auf einer Brustwehre untersuchen. Zu diesem Ende wollen wir alle Maaße, wie sie §. 74 angegeben worden sind, hier beibehalten.

Man berechne also zuerst die Parallelen DC, FG, KL, etc. Fig 31; nun verhält sich Sin, HCD : Sin, DHC = DH : DC, das ist Cos, $\mathfrak{v}$: 1 = DH : DC; mithin wird DC = DH : Cos, $\mathfrak{v}$. Also werden diese Parallelen folgendermaßen aufeinander folgen, als:

DC = DH : Cos, $\mathfrak{v}$ = 7,071 weil DH = 5′ ist,
FG = FQ : Cos, $\mathfrak{v}$ = 38,112 nach Lit. d,
KL = KS : Cos, $\mathfrak{v}$ = 39,090 .... i,
ER = EX : Cos, $\mathfrak{v}$ = 42,626 .... l,
PT = PY : Cos, $\mathfrak{v}$ = 46,156 .... q,
BM = BC : Cos, $\mathfrak{v}$ = 49,497 .... r.

Wenn nun auch ferner noch die senkrechten Abstände Ca, Gb, Lc, rc. untersucht werden, indem man schließt Sin, CaG : Sin, CGa = CG : Ca, das ist 1 : Sin, v = CG : Ca; so wird Ca = CG : Sin, v seyn. Diese senkrechten Abstände werden daher folgende seyn:

Ca = CG . Sin, v = 14,641 nach Lit. c,
Gb = GL . Sin, v = 3,671 . . . . . . h,
Lc = LR . Sin, v = 1,767 . . . . . . l,
Rd = RT . Sin, v = 2,941 . . . . . . o,
Tp = BT . Sin, v = 1,909 . . . . . . r.

Nun suche man die Flächenräume der aufeinander folgenden Trapezien, welche man nachstehenden Inhalts finden wird. Als:

⏢ { DCGF = 326,7
FKLG = 123,4
KERL = 72,2
PERT = 130,6
PMBT = 87,5 } Quadratschuhe.

Also wird der ganze Durchschnitt BMDC = 740,4 Quadratschuhe enthalten.

Nun nehme man nach C. A. Struensee (Artillerie-Wissenschaft §. 142.) an, daß eine 24pfündige Kanone einen Raum von 16 Schuhen benöthigt seye und multiplizire obigen Flächenraum des Durchschnitts BMCD = 740,4 mit 16; so wird der körperliche Inhalt der drückenden Erde, worauf diese Kanone stehet, 11846,5 Kubikschuhe enthalten.

Da nun nach Georg Vega's Vorlesungen über die Mathematik (dritter Band §. 16) ein Wiener Kubikschuh Regenwasser genau 56,5 Wiener Pfunde enthält, und ein Wiener Pfund nach den Schulzischen Tafeln 11690, ein Heidelberger

Pfund aber 10500 Holländische Assen wiegt, desgleichen nach L. Unterberger (pag. 294, 3ter Theil) sich die respektive Schwere des Regenwassers zur gemeinen Erde wie 1000 zu 1630 verhält; so wird (weil ein Wiener Schuh $140\frac{1}{8}$, ein Heidelberger Schuh aber nur $123\frac{1}{2}$ alte französische Linien enthält) ein Heidelberger Kubikschuh gemeine Erde beinahe $70\frac{2}{5}$ = 70,4 Heidelberger leichte Pfunde wiegen, weil 100 Pfunde Handelsgewicht 108 Pf. Krämergewicht, das ist, leichte Pfunde geben; woraus erhellet, daß obige 11846,5 Kubikschuhe Erde 833993,6 Pf. wiegen.

Nach Heinrich Vogels Artillerie-Wissenschaft, pag. 52, wiegt eine 24pfündige Kanone = 4800 Pfunde; wir wollen ihr mit allem Zugehör = 9600 Pfunde, also das Doppelte dieses Gewichts geben; dieses Gewicht addire man zu dem obigen Gewichte der Erde, so wird die ganze Schwere der Erde und der Kanone = (833993,6 + 9600) = 843593,6 Pf. seyn.

Nun reduzire man dieses alles wieder auf die Durchschnittsfläche MBC, das ist, man dividire die so eben gefundene Schwere = 843593,6 Pf. mit dem Produkte der Schwere eines Kubikschuhes Erde, und dem Raume, den eine Kanone benöthigt ist, also hier mit (70,4 . 16) = 1126,4, so wird man die neue beschwerte Durchschnittsfläche für den Druck der Kanone = 743,9 Quadratschuhe erhalten.

Durch die unbeschwerte Durchschnittsfläche MBC = 740,4 Quadratschuhe, ist die Potenz P = 98,563 Quadratschuhe zum Vorschein gekommen, mithin wird der durch den Druck des Geschützes hervorgebrachte beschwerte Flächenraum MBC die Potenz P = 99,026 Quadratschuhe

hervorbringen, folglich von der vorigen Potenz fast gar nicht unterschieden seyn.

Dieses kann uns zu einem Beweise dienen, daß manche Kleinigkeiten bei grosen und starken Futtermauern ausser Acht gelassen werden können. Denn wenn das Gewicht einer Kanone nicht einmal in Anschlag zu bringen ist, so wird man um so weniger Gefahr laufen, wenn die Potenz nach §. 76 bestimmt wird. Wir sind überzeugt, daß wenn auch die Kanone abgefeuert wird, die Erschütterung der Erde alsdann auf eine solche Futtermauer keinen grosen Eindruck mehr haben kann, weil dieselbe ohnehin zwei bis drei Zolle dicker gemacht wird, als sie nach den strengsten Regeln seyn sollte.

VI. Abschnitt.

Von der Dicke der Mauern, welche auf beiden Seiten senkrecht aufgeführet werden.

---

§. 79.

Eine auf beiden Seiten senkrecht aufgeführte Mauer wird, wenn kein besonderer Druck hinzu kömmt, frei stehen bleiben, wenn sie auch noch so dünne ist. Allein, man darf sich darauf nicht verlassen; denn wenn sie keine gewisse Dicke hat, so kömmt sie in Gefahr, durch die geringste Bewegung der Luft, oder einer jeden anderen kleinen Erschütterung, umgeworfen zu werden. Man

muß also auch bei ganz frei stehenden Mauern ein gewisses Maaß der Dicke haben, damit sie diesen zufälligen Wirkungen hinlänglich widerstehen können. Aber dieses Maaß kann nur durch die Umstände angegeben werden. Man sehe darüber nach C. L. Stiegliz Encyklopädie der bürgerlichen Baukunst, Seite 619 und 620.

In dieser Abhandlung wird nur in so ferne von der Mauerdicke die Rede seyn, als der Druck nach den Regeln, welche wir bereits gegeben haben, bestimmet, oder anderst woher als bekannt angenommen werden kann.

§. 80.

Durch das Produkt der Länge, Breite und Dicke eines Körpers wird die respektive Schwere desselben bestimmet. Der Durchschnitt eines Körpers, als blose Fläche betrachtet, hat keine Dicke mehr; daher wird durch das Produkt der Länge und Breite die respektive Schwere desselben bestimmet. Ueberhaupt also ist durch den gegebenen Flächeninhalt eines Durchschnitts auch sogleich die respektive Schwere desselben gegeben, die Gestalt mag seyn wie sie will.

§. 81.

Die ganze Schwere einer Fläche ist nach §. 30 und 32 in dem Schwerpunkte dieser Fläche beisammen; sie wirket bei Durchschnitten der Mauern nach §. 31 und 34 in senkrechter Richtung gegen die Grundlinie, und nach §. 80 ist der Flächenraum eines Durchschnitts zugleich die respektive Schwere desselben, daher wird in Fig. 34 das Produkt $AB \cdot BC = Q$, und in Fig. 36 $\frac{AC \cdot CG}{2} = M$ seyn. Wenn nun der Durchschnitt ABCD, Fig. 34, durch eine Kraft K von C nach

F gedruckt wird, so daß sich die ganze Fläche gegen F neiget; so muß sich die Grundlinie AB in dem Punkte B erheben. Eben dieses wird auch geschehen, wenn eine der Kraft K gleiche Last P diese Fläche über eine Rolle von D nach F ziehet, folglich wird A der Ruhepunkt seyn. Die gebogene Linie DAE stellet also einen Winkelhebel vor, an dessen einem Arme AD in dem Punkte D die Kraft $P = k$, und am anderen Arme AE in dem Punkte E die Last $Q = AB . AD$ angebracht ist. Wenn nun die Last P die Linie AB nicht verrücken, und die Mauer ABCD nicht umstürzen soll, so muß die Kraft P der Last Q das Gleichgewicht halten; mithin müssen die Momente $AD . P$ und $AE . Q$ einander gleich seyn. Weil dieses nun von allen Durchschnitten gilt, so wird es nicht mehr schwer seyn, die Dicke einer Mauer zu bestimmen.

§. 82.

Man will eine auf beiden Seiten senkrechte Mauer ABCD, Fig. 38, also aufführen, daß sie blos unter dem Abschiebewinkel von 45 Graden dem Drucke der dahinter liegenden Erde ADE hinlänglich widerstehen kann.

Man setze, die Höhe der Mauer BC sey $= a$, die Grundlinie des gegebenen Durchschnitts, nämlich die zu suchende Dicke sey $= x$, so ist $BH = \frac{1}{2}x$; der Druck der Erde in dem Punkte D, nämlich die Potenz, seye wie sonst $= P$, so ist §. 80 die respektive Schwere des Durchschnitts ABCD $= AB . BC = ax = Q$. Mithin ist

$$BH . Q = BC . P$$

das ist

$$\frac{1}{2}x . ax = aP$$

und

$$x^2 = 2P$$

Also

$$x = \sqrt{2P}.$$

Das ist, man extrahire aus der doppelten Potenz die Quadratwurzel, so hat man die Dicke der auf beiden Seiten senkrechten Mauer.

Nun ist nach §. 50, No. II. die Potenz $P = \frac{a^2}{18}$, weil man hier den Abschiebewinkel $v = 45$ Grad angenommen hat. Mithin wird die Dicke der Mauer $= \sqrt{\frac{2a^2}{18}} = \sqrt{\frac{a^2}{9}} = \frac{a}{3}$ seyn. Man dividire also nur die Höhe der gegebenen Mauer mit 3, so wird man die Dicke derselben haben. Z. B. Eine 14 Schuh hohe Mauer wird 4 Schuh 8 Zoll dick seyn müssen.

§. 83.

Wäre der Abschiebewinkel $v = 30$ Grade, so würde nach §. 50, No. I. die Kraft $P = \frac{a^2}{36}$ seyn; folglich müßte bei Fig. 38 die Dicke der gegebenen Mauer $= \sqrt{\frac{2a^2}{36}} = \frac{a}{6}\sqrt{2} = 0{,}2357\,a$ seyn. Daher wird eine 14 Schuh hohe, auf beiden Seiten senkrechte Mauer zu ihrer Dicke 3 Schuh 3 Zoll 7 Linien haben müssen. Betrachtet man nun diese Dicke gegen die der vorigen, so wird man wahrnehmen, daß das Verhältniß derselben wie 10 zu 14 seye. Man wird also mit 10 Schuh Mauerwerk bei einem Abschiebewinkel von 30 Graden eben das ausrichten, was man bei einem Abschiebewinkel von 45 Graden mit 14 Schuhe Mauerwerk ausführet.

§. 84.

Nimmt man aber für den Abschiebewinkel $v = 60$ Grade an, so ist nach §. 50, No. III. die

Potenz $P = \frac{a^2}{12}$; daher wird die verlangte Dicke der Mauer $= \sqrt{\frac{2a^2}{12}} = \frac{a}{6}\sqrt{6} = 0{,}4083\, a$ seyn, und eine 14 Schuh hohe Mauer wird zu ihrer Dicke 5 Schuhe 8 Zolle 7 Linien erhalten; diese Dicke verhält sich also zu der vorigen wie 17 zu 10; mithin werden die Dicken von §. 83, 82 und 84 sich gegen einander verhalten, wie 10 zu 14 zu 17.

§. 85.

Nimmt man endlich aus §. 50, No. IV. die allgemeine Formel der Potenz, nämlich $P = \frac{a^2 . \text{Sin},^2 v}{9}$ an, um die Dicke einer Mauer dazu zu bestimmen, so wird nach §. 82 der allgemeine Ausdruck dieser Dicke $= \sqrt{\frac{2 . a^2 . \text{Sin},^2 v}{9}} = \frac{a . \text{Sin}, v . \sqrt{2}}{3}$ seyn.

Nun kann man für v alle mögliche Winkel setzen, daher ist diese Formel als eine allgemeine Dickenformel für alle Abschiebewinkel anzusehen; denn wenn man für v nach und nach die vorigen Werthe aus §. 82, 83 und 84 annimmt, so wird man auch die nämlichen Formeln dieser §en erhalten; welche Probe sich jeder leicht selbst machen kann.

§. 86.

Man soll eine auf beiden Seiten senkrechte Mauer ABCE, Fig. 24, an einer abhängigen Gegend so aufführen, daß sie dem schiefen Drucke des Berges BCL unter einem jeden Abschiebewinkel und Erhöhungswinkel genugsam widerstehen kann.

Dieses zu bewerkstelligen, setze man: es seye die Höhe der Mauer AE = a, die zu suchende Dicke AB = y, so ist nach §. 52 die Potenz P = $(a^2 . \text{Sin},^2 v) : 9 . (1 - \text{Tang}, v . \text{Tang}, o)$; mithin wird nach §. 82 die Dicke der Mauer, nämlich

$$y = [(2a^2 . \text{Sin},^2 v) : 9 . (1 - \text{Tang}, v . \text{Tang}, o)]^{\frac{1}{2}}$$
$$= \left(\frac{a . \text{Sin}, v}{3}\right) . [2 : (1 - \text{Tang}, v . \text{Tang}, o)]^{\frac{1}{2}}$$

seyn.

Diese ganz allgemeine Formel läßt sich bei allen Erhöhungswinkeln mit Nutzen gebrauchen; denn wenn der Erhöhungswinkel o = o ist, so wird die Tang, o auch = o seyn; mithin wird alsdann die Dicke der Mauer $= \left(\frac{a . \text{Sin}, v}{3}\right) . (2 : (1 - \text{Tang}, v . o))^{\frac{1}{2}} = \frac{a . \text{Sin}, v . \sqrt{2}}{3}$ seyn. Setzet man nun ferner den Abschiebewinkel v = 45 Grade, so ist Sin, v $= \frac{1}{2}\sqrt{2}$; mithin wird man für die Dicke der gegebenen Mauer $= \frac{a . \frac{1}{2}\sqrt{2} . \sqrt{2}}{3} = \frac{a}{3}$ erhalten; also eben dieselbe Formel, welche wir §. 82 und 85 bereits entwickelt haben.

§. 87.

Wenn man die Dicke einer Mauer nach §. 85 und 86 zu bestimmen hat, so bediene man sich der zweiten Tabelle, deren innere Einrichtung die nämliche ist, wie die der ersten Tabelle. Sie wird auch eben so gebraucht, wie von der ersten Tabelle bei §. 56, 57 und 58 hinlänglich gezeiget worden

ist. Nur ist noch zu merken, daß man anstatt (wie in den vorerwähnten §§en) mit dem Quadrate der Mauerhöhe, hier nur mit der Mauerhöhe allein die vorfindliche Zahl zu multiplizieren habe. Wenn nun von diesem Produkte endlich 4 Ziffer abgeschnitten werden, so wird man die begehrte Mauerdicke haben. Z. B.

I. Wenn die Dicke von einer 17 Schuh hohen Mauer, unter dem Abschiebewinkel von 37 Graden und unter dem Erhöhungswinkel von 15 Graden, zu wissen verlangt wird; so suche man in Tab. II. nach den Titeln des Randes, den Abschiebe- und Erhöhungswinkel, ersteren unter 37° und lezteren unter 15°, verfolge beide Colonnen, bis sie sich schneiden, wo man für diesen Fall die Zahl 3176 finden wird; diese multiplizire man mit der Mauerhöhe, und schneide 4 Ziffern ab, so wird die Dicke derselben $= \frac{3176 . 17}{10000} = 5,3992 =$ 5 Schuhe 4 Zolle 9 Linien seyn.

II. Sollte die Dicke für eine 19 Schuhe hohe Mauer ohne Erhöhungswinkel, blos unter dem Abschiebewinkel von 40 Graden bestimmet werden, so suche man in der Colonne unter 0 die neben dem Abschiebewinkel von 40° vorfindliche Zahl = 3031, und multiplizire dieselbe mit der Mauerhöhe = 19 Schuh; so wird, wenn man 4 Ziffern abgeschnitten hat, die begehrte Dicke der Mauer $= \frac{3031 . 19}{10000} = 5,7589 =$ 5 Schuhe 9 Zolle 1 Linie seyn.

III. Wird die Dicke einer 20 Schuhe hohen Mauer, unter dem Abschiebewinkel von 38° und

unter dem Erhöhungswinkel von 11° begehret, so suche man nach § 58 die nächst kleinere Zahl = 3101, und die nächst grösere = 3179, wovon der Unterschied 78 seyn wird. Nun verhält sich 3° zu 2° wie 78 zu 52; diese 52 addire man zu der nächst kleineren Zahl, so wird die verlangte Zahl = 3101 + 52 = 3153 seyn. Wenn man nun diese gefundene Zahl mit der Mauerhöhe = 20 Schuhe multipliziret und 4 Ziffern abschneidet, so wird die verlangte Mauerdicke = $\frac{3153 . 20}{10000}$ = 6,306 = 6 Schuhe 3 Zolle 8 Linien seyn.

§. 88.

Man will eine auf beiden Seiten senkrechte Mauer ABCV, Fig. 25, dergestalt aufführen, daß sie nebst dem Drucke der Erde SKL unter dem Erhöhungswinkel o und dem Abschiebewinkel v, auch noch dem Drucke des Aufsatzes CKLD hinlänglich widerstehen kann: man wünscht die Dicke einer solchen Mauer zu wissen?

Man erinnere sich, daß nach §. 59 die Kraft $P = (a^2 . \mathrm{Sin},^2 v) : (9 (1 - \mathrm{Tang}, v . \mathrm{Tang}, o)) + \frac{1}{3} ac . \mathrm{Sin},^2 v . \mathrm{Cos}, v$ seye; folglich wird nach §. 82 die Dicke dieser Mauer $= [(2 a^2 . \mathrm{Sin},^2 v) : (9 . (1 - \mathrm{Tang}, v . \mathrm{Tang}, o)) + \frac{2}{3} ac . \mathrm{Sin},^2 v . \mathrm{Cos}, v]^{\frac{1}{2}}$ $= \frac{\mathrm{Sin}, v}{3} . [2a^2 : (1 - \mathrm{Tang}, v . \mathrm{Tang}, o) + 6ac . \mathrm{Cos}, v]^{\frac{1}{2}}$ seyn.

§. 89.

Wenn man in dieser lezt gefundenen Formel den Erhöhungswinkel o = 0 setzet, so wird die Tang, o auch = 0 seyn. Mithin wird Fig. 26

die Dicke der Mauer AB $= \frac{1}{3}$ Sin, v . $(2a^2 + 6ac.$ Cos, v$)^{\frac{1}{2}}$ seyn.

§. 90.

Sollen nun nach den Dickenformeln, §. 88 und 89, die Dicken der Mauern bestimmet werden, so leistet uns Tab. I. gute Dienste. Denn man suche nur nach §. 61 zu der gegebenen Mauerhöhe die dazu gehörige Potenz, nehme dieselbe doppelt und extrahire die Quadratwurzel; so wird man, ohne sich der Formeln §. 88 und 89 bedienen zu dürfen, die verlangte Dicke der Mauer haben.

Z. B. Es soll eine 13 Schuh hohe Mauer, unter dem Abschiebewinkel der Erde von 38° und unter dem Erhöhungswinkel von 17 Graden, so aufgeführet werden, daß sie auf beiden Seiten senkrecht seye und Stärke genug habe, auch noch dem Drucke des Aufsatzes CDLK, Fig. 25, mit der natürlichen Abdachungslinie CK = 7 Schuhe, hinlänglichen Widerstand zu leisten: wie dick wird diese Mauer seyn müssen?

Man suche nach §. 61 die zugehörige Potenz, so wird man finden, daß dieselbe = 18,4262 Quadratschuhe seye. Diese gefundene Potenz nehme man doppelt und excerpire die Quadratwurzel; so wird die begehrte Dicke $= \sqrt{2 . 18,4262}$ = 6,0706 = 6 Schuhen 0 Zolle 11 Linien seyn.

§. 91.

Wenn nach §. 64 die Höhe einer Mauer gegeben ist, um die Dicke derselben zu bestimmen, so suche man, wie vorhin, die dazu gehörige Potenz, nehme selbige doppelt

und extrahire die Quadratwurzel; so wird man die verlangte Dicke haben.

Z. B. Es sey Fig. 26 die Höhe der Mauer ABCF = 12 Schuhe, der Abschiebewinkel v = 37 Grade, und die Abdachungslinie CK = 6 Schuhe, so wird nach §. 61 die Potenz P = 12,7512 Quadratschuhe seyn; mithin wird die Dicke der Mauer $= \sqrt{2 \,.\, 12,7512} = 5,0499$ = 5 Schuhen 0 Zolle 7 Linien seyn müssen.

VII. Abschnitt.

Von der Dicke der Mauern, welche mit einem Mauerrechte versehen sind.

§. 92.

Wenn der Durchschnitt einer Mauer, wie Fig. 39, ein Dreieck BEC vorstellet, und man setzet, der Druck der Erde BCD in dem Punkte C, nämlich die Potenz, sey wie bisher = P; so wird die untere Dicke der Mauer $BE = \sqrt{3P}$ seyn.

Denn: Es sey die Höhe der Mauer BC = a, die untere Dicke BE = y, so ist nach §. 33 die Linie $FE = \frac{2y}{3}$; Ferner ist nach §. 80 die respektive Schwere der Mauer = (BE . BC) : 2 = $\frac{ay}{2}$; daher

EF . Q

$$EF.Q = EN.P$$ das ist

$$\frac{2y}{3} \cdot \frac{ay}{2} = aP$$ folglich

$$y^2 = 3P$$ also

$$y = \sqrt{3P}.$$

Das ist, man extrahire aus der dreifachen Potenz die Quadratwurzel, so wird man die Dicke einer Mauer, welche nach Art einer Böschung immer bis oben abnimmt, das ist, deren Durchschnitt ein Dreieck ist, erhalten.

§. 93.

Wenn jemand, wie Fig. 37, die oben erwähnte Mauer, deren Durchschnitt ein Dreieck ist, so stellen wollte, daß der Druck der Erde ACD längs der Abdachungslinie AC des dreieckigten Durchschnitts ABC seine ganze Wirkung äusserte; so würde, wenn man die Höhe dieser Mauer BC = a, die Dicke derselben AB = y, und den Abschiedewinkel MAD = v sezte, die Potenz $P = (a. \text{Sin}, v + y. \text{Cos}, v)^2 : 9$ seyn.

Nach §. 80 ist die respektive Schwere des Durchschnitts $ABC = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{ay}{2} = Q$, und BL ist $= \frac{AB}{3} = \frac{1}{3} y$. Betrachtet man nun den Winkelhebel BLC, so findet man, daß

$$BL.Q = BC.P$$ das ist

$$\frac{1}{3} y \cdot \frac{ay}{2} = aP$$ also

$$y = \sqrt{6P}$$ seye.

Setzet man nun für P = den oben angezeigten Werth und reduziret alles, so wird man finden, daß $y = \frac{2a . \text{Sin}, v}{\sqrt{6 - 2 . \text{Cos}, v}}$ seye.

Vergleicht man nun diese hier gefundene Potenz mit der, so wir §. 50, No. IV. entwickelt haben, so wird man wahrnehmen, daß bei einem nämlichen Abschiebewinkel v allhier ein viel grösserer Druck entstehen muß. Dieses ist sogar augenscheinlich; denn nebst dem Drucke des Dreiecks ADM wird auch noch das Dreieck MAC seine ganze Kraft auf die Abdachungslinie AC äussern. Noch mehr, der Hebelarm BL ist nur $\frac{1}{3}$ AB; dieses und die hier entwickelte Formel machen es klar, daß eine solche Stellung, wie Fig. 37, vielmehr Mauerwerk erfordere, als man bei einer auf beiden Seiten senkrechten gesezten Mauer nöthig hat; folglich wird eine solche Stellung keinen Nutzen haben. Aus dieser Ursache haben wir nur die Formeln, nicht aber die Bearbeitung derselben hergesetzet.

§. 94.

Will man untersuchen, welche von den zwei Mauern, deren Durchschnitte bei Fig. 34 durch ABCD und bei Fig. 36 durch ABC vorgestellet sind, mit dem wenigsten Mauerwerk eine nämliche Potenz hinlänglich widerstehen kann; so erinnere man sich, daß bei Fig 34, nach §. 82, die Dicke der Mauer AB $= \sqrt{2P}$, und nach §.92, Fig. 36, ist eben diese Dicke $= \sqrt{3P}$. Nimmt man nun an, daß beide Durchschnitte einerlei Höhe haben, so werden sich die Flächenräume, wie diese Dicken, das ist, wie $\sqrt{2P}$ zur $\frac{\sqrt{3P}}{2}$, nämlich wie $2\sqrt{2} : \sqrt{3}$, oder ungefähr

wie 28 zu 17 verhalten; woraus erhellet, daß bei einer Mauer, wie Fig. 36, in Rücksicht der ersteren, beinahe $\frac{5}{12}$, das ist, mehr als $\frac{1}{3}$ Mauerwerk ersparet wird.

§. 95.

Da bei Fig. 36 mit 17 Schuhen Mauerwerk eben das ausgerichtet werden kann, wozu man bei Fig. 34, 28 Schuhe eben dieses Mauerwerks nöthig haben wird; so siehet man leicht ein, warum die Mauern hinten eine Abdachung bekommen. Denn ausser den vielen Materialien werden hierdurch noch eine Menge Unkösten und Taglöhner, desgleichen, was eben so zu schätzen ist, eine kostbare Zeit ersparet.

Die Anlage der hinteren Abdachung, wie Fig. 35 die Linie BE, wird das Mauerrecht dieser Mauer ACBD genannt. Nach Belidor wird gewöhnlich der 5te Theil der Höhe einer Mauer als Mauerrecht angenommen. Allein, es gibt Umstände, die gar oft ein anderes nöthig machen.

§. 96.

Bei einer mit einem Mauerrechte versehenen Mauer, Fig. 35, muß man sich zwei Gewichte gedenken, wovon das eine, nämlich Q, die respektive Schwere des Parallelogramms ABCD, und das andere, nämlich R, die respektive Schwere des Dreiecks BED vorstellet. Diese Gewichte aber müssen nach §. 7 in dem Punkte G vereiniget werden; man muß also vorher den Punkt G bestimmen, an welchem das Gewicht S oder die Summe der beiden Gewichte Q und R eben so wirken, als sie vorher an den Punkten F und H gewirket haben. Dieser Mühe aber kann man überhoben seyn, wenn man sich nach §. 11 und

12 den Winkelhebel LEF gedenket, bei welchem das Moment LE . P = der Summe der Momente FE . Q + HE . R seyn wird. Dieses hat auch bei mehreren Gewichten statt, wie man solches bei §. 12 hinlänglich überzeuget worden ist.

§. 97.

Wollte man, wie Fig. 40, auf eine ganz allgemeine Art eine mit einem Mauerrechte versehene Mauer so anbringen, daß sie der ganzen Gewalt der drückenden Erde hinlänglichen Widerstand leisten kann; so wird man die Dickenformel für die obere und untere Dicke einer solchen Mauer also bestimmen können:

Man setze, die Höhe der gegebenen Mauer sey = a, die untere Dicke AB = x, und das Mauerrecht BC = m, so ist $CM = \frac{2m}{3}$, $GC = m + \frac{1}{2}x$, und das Gewicht $S. = AB . AD = ax$, endlich das Gewicht $R = \frac{BK . BC}{2} = \frac{am}{2}$. Nun aber ist, wenn man die Potenz = P setzet, nach §. 11:

$$CM . R + CG . S = FC . P$$

das ist

$$\frac{2m}{3} . \frac{am}{2} + (m + \tfrac{1}{2}x) . ax = aP$$

nämlich

$$\frac{m^2}{3} + mx + \frac{x^2}{2} = P$$

daher

$$x^2 + 2mx = 2P - \frac{2m^2}{3}$$

folglich

$$x^2 + 2mx + m^2 = 2P + \frac{2m^2}{3}$$

also

$$x = \sqrt{\left(2P + \frac{m^2}{3}\right)} - m$$

Das ist, man addire zu der doppelten Potenz den dritten Theil des Quadrats des Mauerrechts, und extrahire aus dieser Summe die Quadratwurzel, so hat man die untere Dicke AC; von dieser subtrahire man das Mauerrecht, so wird man die obere Dicke der Mauer = DK erhalten.

§. 98.

Das Mauerrecht wird gewöhnlich nach der Höhe einer gegebenen Mauer bestimmt. Es seye daher dasselbige wie bei § 97 = m; da aber dieses Mauerrecht ein gewisser Theil der Höhe einer Mauer ausmacht, so seye $m = \frac{a}{n}$. Setzet man nun dieses, und aus §. 50 für die Potenz P nach und nach die daselbst gefundenen Werthe, so wird man folgende Dickenformeln erhalten. Als:

I. Die Dickenformel für den Abschiebewinkel von 30 Grad wird $= \sqrt{\frac{2a^2}{36} + \frac{a^2}{3n^2}} - \frac{a}{n} = \frac{a}{n} (\frac{1}{6}\sqrt{2(n^2+6)} - 1)$ seyn.

II. Für den Abschiebewinkel von 45 Graden wird man die Dickenformel $= \sqrt{\frac{2a^2}{18} + \frac{a^2}{3n^2}} - \frac{a}{n} = \frac{a}{n} (\frac{1}{3}\cdot\sqrt{n^2+3} - 1)$ erhalten.

III. Eben so wird die Dickenformel für den Abschiebewinkel von 60° $= \sqrt{\frac{2a^2}{12} + \frac{a^2}{3n^2}} - \frac{a}{n} = \frac{a}{n} (\frac{1}{6}\sqrt{(n^2+2)\cdot 6} - 1)$ seyn.

IV. Endlich wird man ganz allgemein für den Abschiebewinkel von v die Dickenformel $= \sqrt{\left(\frac{2a^2 . \mathrm{Sin}^2 v}{9} + \frac{a^2}{3n^2}\right)} - \frac{a}{n} = \frac{a}{n} . (\frac{1}{3} \sqrt{2n^2 . \mathrm{Sin}^2 v + 3} - 1)$ erhalten.

§. 99.

Setzet man nun nach und nach für n andere Werthe, so erhält man auch jedesmal ein anderes Mauerrecht, welches sich immer nach der Höhen-Eintheilung einer vorgegebenen Mauer richten wird. Z. B.

I. Soll die Mauer den 5ten Theil der Höhe zum Mauerrechte haben, so setze man $n = 5$, dann wird die Dicke einer Mauer DE, Fig. 20, unter dem Abschiebewinkel von $30^\circ = \frac{a}{5} . (\frac{1}{6} \sqrt{(25 + 6) . 2)} - 1 = \frac{a}{5} . 0{,}3123 = 0{,}0625\, a$ seyn.

II. Nimmt man aber an, daß die Mauer den 6ten Theil ihrer Höhe zum Mauerrechte haben soll, so setze man in §. 98, No. II. für $n = 6$. Wenn nun der Abschiebewinkel = 45 Grad ist, so wird die Dicke der Mauer $DE = \frac{a}{6} . (\frac{1}{3} \sqrt{36 + 3} - 1) = 0{,}1803\, a$ seyn müssen.

III. Will man dem Mauerrechte den 4ten Theil der Mauerhöhe geben, so setze man $n = 4$. Wenn nun der Abschiebewinkel = 60 Grad ist, so wird man nach §. 98, No. III. die Mauerdicke $DE = \frac{a}{4} (\frac{1}{6} \sqrt{108} - 1) = 0{,}1831\, a$ Schuhe erhalten.

§. 100.

Die allgemeine Formel §. 98, No. IV. kann uns trefliche Dienste leisten, so lange die drükkende Erde mit dem Horizonte keinen Erhöhungswinkel macht. Denn wenn in dieser Formel der Abschiebewinkel v, und der Theil der Mauer, so als Mauerrecht dienet, gegeben sind, so läßt sich sehr leicht die Mauerdicke darnach bestimmen.

Z. B. Es sey Fig. 20 das Mauerrecht FE = $\frac{1}{7}$ BD, der Abschiebewinkel v sey = 41 Graden = dem Winkel ADB, so ist n = 7, und $\text{Sin},^2 v =$ 0,43042; mithin wird die Dicke der Mauer, nämlich $DE = \frac{a}{7} \cdot \left(\frac{1}{3} \sqrt{2 \cdot 49 \cdot 0{,}43042 + 3} - 1\right)$ $= \frac{a}{7} \cdot \left(\frac{1}{3} (6{,}7217) - 1\right) = 0{,}1772\,a$ Schuhe seyn.

Dieses alles wird weiter unten durch besonders dazu verfertigte Tabellen sehr erleichtert und dem praktischen Liebhaber der Baukunst angenehm gemacht werden.

§. 101.

Wenn man bei Fig. 40 ganz allgemein für alle Abschiebe- und Erhöhungswinkel die Dickenformel für eine Mauer mit einem Mauerrechte vorstellen will, so setze man in der erhaltenen Formel §. 97 für P die in §. 52 gefundene Potenz, so wird die Dicke der Mauer AB =

$$DK = \sqrt{\frac{2 \cdot a^2 \cdot \text{Sin},^2 v}{9 \cdot (1 - \text{Tang}, v \cdot \text{Tang}, \mathfrak{o})} + \frac{a^2}{3 n^2}} - \frac{a}{n}$$

$$= a \cdot \tfrac{1}{3} \left[(2 \cdot \text{Sin},^2 v) : (1 - \text{Tang}, v \cdot \text{Tang}, \mathfrak{o}) + \frac{3}{n^2}\right]^{\frac{1}{2}} - \frac{a}{n}$$ seyn.

Diese Formel war die Veranlassung zu den 6 Tabellen, bezeichnet mit Tab. III. IV. und V., aus denen man für den 3ten Theil der Mauerhöhe einschließlich bis zum 8ten Theil eben dieser Höhe als Mauerrecht betrachtet, jedesmal die Dicke einer gegebenen Mauer auf der Stelle angeben kann.

§. 102.

Man hat in den so eben erwähnten Tabellen für die Abschiebewinkel, so zwischen 30° und 60 Grade fallen, desgleichen für die Erhöhungswinkel, so zwischen 0° und 60 Graden liegen, jedesmal von 3 zu 3 Graden, von $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{8}$ der Mauerhöhe als Mauerrecht betrachtet, die Berechnungen für alle Dicken angestellet, und hier vor Augen gelegt.

Soll nun nach diesen Tabellen die Dicke einer gegebenen und mit einem Mauerrechte versehenen Mauer bestimmet werden, so suche man unter dem Titel des Mauerrechts die dazu gehörige Tabelle, und erforsche nach §. 56, 57 und 58 zu dem gegebenen Abschiebe- und Erhöhungswinkel die dazu gehörige Zahl, multiplizire dieselbe mit der gegebenen Mauerhöhe, und schneide vom Produkte 4 Ziffer ab; so wird (wenn man die abgeschnittenen Ziffern ferner in die folgenden kleineren Theile verwandelt) das Herauskommende die obere Mauerdicke seyn. Hierzu addire man noch das Mauerrecht, so wird man auch die ganze untere Dicke der Mauer haben.

§. 103.

Will man, Fig 40, an einem Weinberge ED eine 13 Schuhe hohe Mauer ACKD, so den 4ten Theil der Mauerhöhe zum Mauerrechte hat, unter dem Abschiebewinkel von 39° und unter dem Erhöhungswinkel von 12 Graden, so aufführen, daß sie dem Drucke der gebürgigten Erdmasse hinlänglichen Widerstand leisten kann; so suche man zu dem gegebenen Abschiebewinkel von 39° und dem Erhöhungswinkel von 12 Graden in Tab. III. in der unter dem Titel $\frac{1}{4}$ Mauerrecht bezeichneten Tabelle, nach §. 56, die dazu gehörige Zahl = 1066, multiplizire selbige mit der Mauerhöhe = 13 Schuhe, und dividire dieses Produkt mit 10000, das ist, man schneide 4 Ziffern ab; so wird die verlangte obere Dicke der Mauer, nämlich DK $= \frac{1066 \cdot 13}{10000} = 1{,}3858 =$ 1 Schuh 5 Zolle seyn. Nun addire man das Mauerrecht dazu, welches 3 Schuhe 3 Zolle beträgt; folglich wird die untere Dicke dieser Mauer = 4 Schuhe 8 Zolle ausmachen.

§. 104.

Sollte bei Fig. 20 eine 15 Schuhe hohe Mauer BCFD, bei der das Mauerrecht FE den 6ten Theil der Mauerhöhe enthält, ohne Erhöhungswinkel, blos unter dem Abschiebewinkel von 42 Graden, dem Drucke der Erde BAD hinlänglich widerstehen können; so hat man sich zu erinnern, daß der Erhöhungswinkel o = o seye. Will man nun die Dicke dieser Mauer wissen, so suche man in Tab. IV. in der unter dem Titel $\frac{1}{6}$ Mauerrecht bezeichneten Tabelle neben dem Abschiebewinkel von 42° in der unter o befindlichen Colonne die zugehörige Zahl = 1632, und verfahre damit

wie vorhin; so wird die begehrte Dicke der oberen Mauer $= \frac{1632.15}{10000} = 2,448 = 2$ Schuhe 5 Zolle 5 Linien seyn. Nun ist aber nach unserer Voraussetzung das Mauerrecht $= \frac{15}{6} = 2$ Schuhe 6 Zolle; daher wird die Mauer unten, nämlich DF = 4 Schuhe 11 Zolle 5 Linien dick seyn müssen.

§. 105.

Wenn der gegebene Abschiebewinkel zwischen die Grade der Tabelle fällt, so suche man zu den nächst vorhergehenden und nächst nachfolgenden Graden des gegebenen Abschiebewinkels in der Tabelle die zugehörigen Zahlen, und bestimme nach §. 58 aus denselben die verlangte Zahl, womit man eben so, wie in den vorigen §en gelehret worden ist, in Ansehung des Mauerrechts, um die Mauerdicke bestimmen zu können, zu verfahren hat.

Z. B. Wenn an eiuem Weinberge, Fig. 40, eine 18 Schuhe hohe Mauer ACKD, welche den 5ten Theil der Mauerhöhe AD zum Mauerrechte hat, so aufgeführet werden soll, daß sie unter dem Abschiebewinkel von 41 Graden und unter dem Erhöhungswinkel von 15 Graden, stark genug ist, dem Drucke der Erde ADE hinlänglich zu widerstehen; so suche man zu den Abschiebewinkeln von 39° und 42°, als die nächst vorhergehenden und nächst nachfolgenden Grade des gegebenen Abschiebewinkels von 41 Graden, die dazu gehörigen Zahlen, und bestimme nach §. 58 daraus die Mittelzahl = 1547 + 170 = 1717. Mit dieser jezt gefundenen Zahl verfahre man wie im vori-

gen §., so ist die verlangte obere Dicke $= \frac{1717.18}{10000}$ $= 3,0906 = 3$ Schuhe 1 Zoll 1 Linie. Hierzu addire man das Mauerrecht BC $= \frac{18}{5} = 3$ Schuhe 7 Zolle 2 Linien, so wird die untere Dicke AC $=$ 6 Schuhe 8 Zolle 3 Linien seyn müssen.

§. 106.

Fallen beide gegebene Winkel, nämlich der Abschiebewinkel und der Erhöhungswinkel, zwischen den vorfindlichen Graden der Tabelle; so suche man zu dem gegebenen Abschiebewinkel und den nächst vorhergehenden Graden des Erhöhungswinkels in der zugehörigen Tabelle nach §. 58 eine Mittelzahl; eben eine andere solche Mittelzahl suche man auch zu den gegebenen Graden des Abschiebewinkels und den nächst nachfolgenden Graden des Erhöhungswinkels. Aus diesen beiden gefundenen Mittelzahlen suche man für den gegebenen Erhöhungswinkel eine Mittelzahl, welche der verlangten Zahl gleich seyn wird. Man verfahre mit dieser Zahl, wie vorhin gelehret worden ist.

Z. B. Wenn an einer Anhöhe, Fig. 40, eine 13 Schuhe hohe Mauer mit $\frac{1}{6}$ der Höhe derselben als Mauerrecht, unter dem Abschiebewinkel von 38° und unter dem Erhöhungswinkel von 10 Graden, so aufgeführet werden soll, daß sie Stärke genug besitze, dem Drucke der Erde DAE hinlänglich Widerstand zu leisten; so suche man zuerst zu den gegebenen Graden des Abschiebewinkels 38°, und zu den nächst vorhergehenden

Graden des Erhöhungswinkels = 9 Grade, nach §. 58, die zugehörige Mittelzahl = 1581. Eben so suche man zu dem gegebenen Abschiebewinkel = 38 Graden, und zu 12 Graden, als die nächst folgenden des Erhöhungswinkels, die Mittelzahl = 1655. Aus diesen beiden gefundenen Mittelzahlen, als 1581 und 1655, suche man nun für den gegebenen Erhöhungswinkel = 10 Graden die zugehörige Mittelzahl = 1581 + 25 = 1606, und verfahre damit, wie § 103 bereits erinnert worden ist; so wird die obere Dicke der Mauer = $\frac{1606 . 13}{10000}$ = 2,0878 = 2 Schuhe 1 Zoll 1 Linie seyn. Hierzu addire man das Mauerrecht = $\frac{13}{6}$ = 2 Schuhe 2 Zolle, so wird man auch die untere Dicke der Mauer, nämlich AC = 4 Schuhe 3 Zolle 1 Linie erhalten.

§ 107.

Wenn das Mauerrecht mit der Mauerhöhe kein gewisses Verhältniß macht, das ist, wenn das Mauerrecht nach den Umständen, die sich von selbst darbieten, angenommen werden muß; so hat man sich ganz strenge an die in §. 97 gefundene Formel zu halten, um nach derselben die Dicke einer vorgegebenen Mauer bestimmen zu können. Man suche daher nach §. 56, 57 und 58, je nachdem sich der Zufall ereignet, aus Tab. I. für P die zugehörige Potenz, und verfahre übrigens damit, wie §. 97 im Anhange gelehret worden ist, wodurch die begehrte Mauerdicke erhalten wird.

Z. B. Wenn, wie Fig. 40, an einer Anhöhe DE eine 13 Schuhe hohe Mauer, welcher man

nicht mehr als 1 Schuh 10 Zolle Mauerrecht geben kann, so aufgeführet werden soll, daß sie unter dem Abschiebewinkel von 39 Graden und unter dem Erhöhungswinkel von 13 Graden dem Drucke der Erde DAE genugsam widerstehen kann; so suche man nach §. 58 die zugehörige Potenz = 9,3288 Quadratschuhe, diese setze man in der bei §. 97 gefundenen Formel anstatt P, so wird die untere Dicke der Mauer $AC = \sqrt{18,6576 + 1,1204} = 4,4473$ = 4 Schuhe 5 Zolle 4 Linien seyn. Nun subtrahire man davon das Mauerrecht = 1 Schuh 10 Zolle, so wird man die obere Dicke DK haben, welche alsdann 2 Schuhe 7 Zolle 4 Linien seyn wird.

§. 108.

Wenn bei Fig. 40 die Höhe der Mauer AD = a, die Dicke derselben AB = DK = n, und die Potenz P gegeben sind, so findet man das Mauerrecht BC, wenn man setzet, es sey dasselbige = z; folglich wird $CM = \frac{2z}{3}$, $CG = \left(z + \frac{n}{2}\right)$, die respektive Schwere $R = \frac{FC \cdot BC}{2} = \frac{az}{2}$ und $S = AD \cdot AB = an$ seyn; mithin ist nach §. 11 und 12 an dem Winkelhebel FCG.

$$CM \cdot R + CG \cdot S = FC \cdot P \quad \text{das ist}$$

$$\frac{az^2}{3} + anz + \frac{an^2}{2} = aP \quad \text{und}$$

$$z^2 + 3nz = 3P - \frac{3n^2}{2} \quad \text{nämlich}$$

$$z^2 + 3nz + \frac{9n^2}{4} = 3P + \frac{3n^2}{4} \quad \text{also}$$

$$z = \sqrt{3P + \frac{3n^2}{4}} - \frac{3n}{2}.$$

Das ist, man suche nach den §en 56, 57 und 58, je nachdem der Fall es nöthig macht, aus Tab. I. die zugehörige Potenz, addire dazu das Quadrat der halben Mauerdicke; diese Summe multiplizire man mit 3, und excerpire aus diesem Produkte die Quadratwurzel, dann subtrahire man davon die Hälfte der dreifachen Mauerdicke, so wird das verlangte Mauerrecht erhalten werden.

§. 109.

Sollte an einer Anhöhe, Fig. 40, eine 14 Schuhe hohe Mauer angebracht werden, welche, $2\frac{1}{2}$ Schuh dick, unter dem Abschiebewinkel von 37 Graden und unter dem Erhöhungswinkel von 10° dem Drucke der Erde ADE hinlänglichen Widerstand leistet, so suche man nach §. 58 die dazu gehörige Potenz = 9,114 Quadratschuhe, dazu addire man die Hälfte des Quadrats der Mauerdicke = 1,5625 und multiplizire alles mit 3; aus dem Produkte extrahire man die Quadratwurzel, so wird dieselbige = $\sqrt{32,0295}$ = 5,6594 = 5 Schuhe 7 Zolle 11 Linien seyn; davon subtrahire man die Hälfte der dreifachen Mauerdicke = 3 Schuhe 9 Zolle, so wird man das verlangte Mauerrecht BC = 1 Schuh 10 Zolle 11 Linien erhalten.

§. 110.

Hat man, wie bei Fig. 41, eine Mauer ABED, dessen Höhe AE = 10 Schuhe, das Mauerrecht BC = 2 Schuhe 6 Zolle (nämlich der 4te Theil der Mauerhöhe, nebst der natürlichen Abdachungslinie KE = 6 Schuhe) gegeben, und so aufzuführen, daß sie unter dem Abschiebewinkel von

36° und unter dem Erhöhungswinkel von 8 Graden, Stärke genug erhalte, dem Drucke der Erdmasse AEKM hinlänglich zu widerstehen; so erinnere man sich, daß die Mauerdicken in der Verschiedenheit der Potenzen liegen. Daher suche man nach §. 61 die zugehörige Potenz = 9,872, und verfahre damit, wie §. 97 gelehret worden ist, so wird die untere Dicke dieser Mauer = $\sqrt{21,8273}$ = 4 Schuhe 8 Zolle 1 Linie seyn. Hiervon subtrahire man das Mauerrecht = 2 Schuhe 6 Zolle, so wird man die obere Dicke = 2 Schuhe 2 Zolle 1 Linie erhalten.

§. 111.

Wenn begehret würde, daß an einem Flusse, wie Fig. 26, an dem eine Heerstraße herziehet, der Länge nach eine Mauer ABCF, dessen Höhe = 11 Schuhe, mit einem Mauerrechte, so dem 5ten Theil der Höhe, also hier 2,2 Schuhen gleich ist, unter dem Abschiebewinkel von 38 Graden, mit einer natürlichen Abdachungslinie KC = 7 Schuhe aufgeführet werden soll, damit sie dem Drucke des Trapeziums BCKL hinlänglichen Widerstand leisten kann; so bemerke man, daß der Erhöhungswinkel o = o seye, daher suche man nach §. 64 die hierher gehörige Potenz = 12,7754 Quadratschuhe; wenn man nun diese für P in §. 97 setzet, so wird die untere Dicke dieser Mauer = $\sqrt{27,1641}$ = 5 Schuhe 2 Zolle 6 Linien seyn. Ziehet man nun das Mauerrecht = 2 Schuhe 2 Zolle 5 Linien davon ab, so wird man die obere Dicke der Mauer = 3 Schuhe o Zoll 1 Linie bekommen.

§. 112.

Wenn neben einem Flusse, wie Fig. 26, wegen der neben herziehenden Heerstraße, eine 11 Schuhe hohe Mauer, welche oben 3 Schuhe dick ist,

und eine natürliche Abdachungslinie KC = 7 Schuhe hat, unter dem Abschiebewinkel von 38 Graden, so soll aufgebauet werden, daß sie dem Drucke des Trapeziums BCKL genugsamen Widerstand leisten kann; so findet man das Mauerrecht, wenn man für diese Mauer nach §. 64 die Potenz = 12,7754 entwickelt, übrigens aber eben so, wie §. 108, verfähret, wo alsdann das Mauerrecht $= \sqrt{45,0762} = 4,5 = 2,2139 =$ 2 Schuhe 2 Zolle 7 Linien seyn wird.

VIII. Abschnitt.

Von der Dicke der Mauern, welche mit Strebepfeilern versehen sind.

§. 113.

Eine vorspringende Mauer, wie LIKH oder MZYO, dessen Grundriß bei Fig. 42 vorgestellet wird, und vom Grunde bis oben hinaus, oder auch nur bis auf eine gewisse Strecke, mit der Hauptmauer GLTZ fortgehet, und mit derselben in der Höhe hinauf ein Ganzes ausmacht, wird Strebepfeiler genannt. Ein solches kann man sich leicht bei Fig. 43 vorstellen, wo der Durchschnitt der Hauptmauer durch ABCD und der des Strebepfeilers durch BDEF angedeutet wird. Es wird ferner Fig. 42 auch noch besonders HK der Schweif und LI die Wurzel eines Strebepfeilers genannt.

Die Vorväter bedienten sich dieser Strebepfeiler sehr häufig bei ihren Prachtgebäuden, besonders bei ihren Tempeln; sie

wußten

wußten dieselben so geschickt anzubringen, daß ihre Gebäude dadurch eine bewunderungswürdige Leichtigkeit erhielten, und sie in uns bis dahin noch die Wünsche rege machten, ihnen einmal wieder nachahmen zu können. Selbst Männer und Kenner von Einsichten scheint ihre Geschicklichkeit noch ein Geheimniß zu seyn. Doch mag dies unser Trost seyn, daß wir uns ihnen mit jedem Tage mehr und mehr nähern, und so stehet zu hoffen, daß wir die Kunst der Alten auch endlich eingeholet haben werden.

§. 114.

Wenn Fig. 43 die Strebepfeiler so gebauet werden, daß der Druck auf der Seite derselben geschiehet: nämlich wenn bei m sich eine Kraft bemühet, die Mauer von m gegen E zu drücken und umzustossen; so sagt man, die Strebepfeiler sind **vor** den Druck gebauet. Würde aber diese Kraft ihre Wirkung von n nach C äussern, so sind die Strebepfeiler **gegen** den Druck gebauet. In diesem Falle leisten sie einen ungleich grösern Widerstand, als in jenem, welches weiter unten noch deutlicher gemacht wird.

§. 115.

Wenn der körperliche Inhalt eines Strebepfeilers, dessen Grundriß bei Fig. 42 durch das Parallelogramm LIKH, und dessen Durchschnitt bei Fig. 43 durch BDEF vorgestellet ist, so reduziret werden soll, daß sein ganzes Körpermaaß längs der Hauptmauer GLZT vertheilet seye, daß eben dieser körperliche Inhalt in Fig. 42 durch den Grundriß LabM, so wie in Fig. 43 durch den Durchschnitt BdcD vorgestellet werden kann; so setze man, um die Dicke des reduzirten Strebepfeilers La zu finden, es sey La = x, die Höhe der gegebenen Mauer AC = a, die Dicke des Strebepfeilers LI = b, dessen Länge HL = c,

und der Abstand derselben $MI = d$, so ist $LM = MI + LI = b + d$. Nun ist der körperliche Inhalt des reduzirten Strebepfeilers $= La . LM . BD = ax . (b + d)$; der körperliche Inhalt des gegebenen Strebepfeilers aber ist $= LI . LH . BD = abc$. Da nun diese Kubikinhalte einander gleich sind, so folget, daß

$$ax(b + d) = abc$$

Also

$$x = \frac{bc}{b + d}$$

seÿ.

Das ist, man theile die Grundfläche des gegebenen Strebepfeilers durch die Summe des Abstandes und der Dicke eines Strebepfeilers; so erhält man die Dicke des reduzirten Strebepfeilers.

§. 116.

Wenn ein Strebepfeiler, wie Fig. 45, mit einer Abdachung (welche nicht selten bei alten Mauern angetroffen wird) so reduziret werden soll, daß sein ganzer Kubikinhalt längs der Hauptmauer vertheilet seye; so setze man in Fig. 45 die Dicke des reduzirten Strebepfeilers $Bd = x$, die gegebene Mauerhöhe $AC = a$; ferner sey Fig. 44 die Dicke des gegebenen Strebepfeilers $L'K' = b$, die Länge desselben $K'H' = c$, der Abstand $LK' = d$; mithin ist $LL' = LK' + L'K' = b + d$; der körperliche Inhalt des reduzirten Strebepfeilers wird $= BD . Bd . LL' = ax (b + d)$ seyn, so wie der körperliche Inhalt des gegebenen Strebepfeilers $= \left(\frac{BE . BD}{2}\right) . L'K' = \frac{abc}{2}$ seyn wird; da nun aber beide Kubikinhalte einander gleich sind, so folget, daß

$$ax(b+d) = \frac{abc}{2} \quad \text{seye;}$$

mithin

$$x = \frac{bc}{2(b+d)} \quad \text{seyn wird.}$$

Das ist, man dividire die Grundfläche H′K′L′M′ mit der doppelten Summe des Abstandes und der Dicke desselben, so wird man die Dicke des reduzirten Strebepfeilers erhalten.

§. 117.

Wenn ein Strebepfeiler CEFG, Fig. 46, welcher nur bis auf eine gewisse Höhe mit der Hauptmauer fortgehet, so reduziret werden soll, daß der Kubikinhalt desselben auf der ganzen Hauptmauer vertheilet seye; so zerlege man diesen Strebepfeiler durch den horizontalen Abschnitt Fr in 2 verschiedene Theile, als in das Viereck CEFr und in das Dreieck GFr; dann setze man, es sey CG = f, FE = g, so ist Gr = f — g. Ferner seye in Fig. 42 die Dicke des gegebenen Strebepfeilers LI = b, die Länge desselben IK = c, der Abstand MI = d, und die gegebene Mauerhöhe AB = CD = a, die Dicke des reduzirten viereckigten Stückes rn sey = y; so wird der körperliche Inhalt dieses gegebenen Viereckes = LI . IK . FE = bcg seyn, so wie der Kubikinhalt des reduzirten viereckigten Stückes = rn . mn . IZ = ay (b + d) seyn wird; nun aber sind beide Kubikinhalte einander gleich, folglich ist

$$ay(b+d) = bcg$$

also

$$y = \frac{bcg}{a(b+d)} \ldots\ldots \text{(A.}$$

Ferner sey die Dicke des reduzirten Dreieckes GFr = u, so wird der Kubikinhalt desselben = Cr . CD . IZ = au (b + d) seyn; aber der Kubikinhalt des gegebenen Dreieckes ist = $\frac{Fr . Gr . LI}{2}$ = $\frac{1}{2}$ bc (f — g); weil aber beide Kubikinhalte einander gleich sind, so ist

$$au\,(b+d) = \tfrac{1}{2}\,bc\,(f-g) \quad \text{also}$$

$$u = \frac{bc\,(f-g)}{2a\,(b+d)} \ldots\ldots (B.$$

Addiret man nun endlich diese beiden gefundenen Werthe u und y, und setzet, diese Summe seye = x, so wird

$$u + y = \frac{bc\,(f-g)}{2a\,(b+d)} + \frac{bcg}{a\,(b+d)} \quad \text{das ist}$$

$$x = \frac{bc\,(f+g)}{2a\,(b+d)} \text{ seyn.}$$

Das ist: man dividire den körperlichen Inhalt des gegebenen Strebepfeilers durch das Produkt der Mauerhöhe (mit der Dicke und dem Abstande eines Strebepfeilers); so erhält man die Dicke des reduzirten Strebepfeilers.

Wir hätten, wie jeder leicht einsiehet, diese Auflösung kürzer geben können; allein wir würden den Zweck, den wir weiter unten auszuführen gesonnen sind, verfehlet haben.

§. 118.

Durch das Wort: reduzirter Strebepfeiler, wollen wir in Zukunft jedesmal die Zunahme

der Dicke der Hauptmauer auf ihrer ganzen Oberfläche verstanden haben.

Man wird, ohne daran erinnert zu werden, leicht einsehen, daß wenn ein Strebepfeiler von innen eine Oeffnung z, wie Fig. 47, bekömmt, der Kubikinhalt derselben von dem Kubikinhalte des ganzen Strebepfeilers CEFG abgezogen werden muß, und der Rest, wenn es nöthig ist, an der ganzen Hauptmauer vertheilet werden, damit die reduzirte Dicke desselben, nämlich Cn, ohne die Oefnung z erhalten werde. Denn wenn z = p Kubikschuhe ist, so wird die reduzirte Dicke Cn = x = [(f + g) . bc — 2p] : [2a . (b+d)] seyn.

§. 119.

Die respektive Schwere eines Strebepfeilers, Fig. 43, oder das Gewicht R wird erhalten, wenn man den gegebenen Strebepfeiler längs der ganzen Hauptmauer reduziret, und den Durchschnitt des Zuwachses der Hauptmauer dafür setzet; folglich wird R = BD . Bd seyn.

§. 120.

Wenn man sich, Fig. 43, bei einer mit Strebepfeilern versehenen Mauer einmal den Ruhepunkt in A, das anderemal aber in F gedenket; dann ferner bei m sich eine Kraft vorstellet, welche bemühet ist, die Mauer von E nach D umzustossen, oder welches einerlei ist, über der Rolle bei n sich eine Last P gedenket, welche sich bestrebet, die Mauer gegen n hin niederzureissen, und so umgekehrt, wenn die Kraft u sich äussert, die Mauer von E nach m umzustürzen; so

wird das Verhältniß der Kraft P zur Kraft u also untersucht:

Es sey, Fig 42 und 43, die Dicke der Mauer AB = GL = d, die Dicke des Strebepfeilers LI = nd, die Länge desselben BF = LH = md, der Abstand zweier Strebepfeiler MI = rd, und die Höhe der Mauer AC = a; so ist die Last Q = AB . AC = ad; endlich aber ist nach §. 119 die respektive Schwere des Strebepfeilers, nämlich die Last $R = \frac{amnd^2}{rd + nd} = \frac{amnd}{r + n}$; mithin ist nach §. 11:

$$AN . Q + AS . R = AC . P$$

das ist

$$\tfrac{1}{2}d . ad + \left(d + \frac{dm}{2}\right) . \frac{amnd}{r+n} = aP$$

folglich

$$P = (r + n + 2mn + m^2 n) . \frac{d^2}{2(r+n)}.$$

Ferner:

$$FS . R + FN . Q = FE . U$$

das ist

$$\tfrac{1}{2}md . \frac{amnd}{r+n} + (md + \tfrac{1}{2}d) . ad = aU$$

also

$$U = (m^2 n + 2mr + 2mn + r + n) . \frac{d^2}{2(r+n)}.$$

Also verhält sich

$$P : U = (m^2 n + 2mn + r + n) : (m^2 n + 2mr + 2mn + r + n)$$

folglich

$$P : U = 1 : \left(1 + \frac{2mr}{m^2 n + 2mn + r + n}\right).$$

Sezt man nun für n = 1, m = 2, und r = 4, so verhält sich P : U = 13 : 29, woraus erhellet, daß es viel besser seye, die Strebepfeiler gegen den Druck, als vor den Druck anzubringen; jedoch ereignen sich solche Fälle, wo es nothwendig wird, dieselbe vor den Druck zu bauen. Z. B. bei Futtermauern in Festungswerken würde es aus verschiedenen erheblichen Ursachen nicht rathsam seyn, Strebepfeiler gegen den Druck zu bauen; daher muß man sich darauf gefaßt machen, daß, wenn in Festungswerken oder anderstwo solche Strebepfeiler anzubringen sind, man sich die Theorie davon bekannt gemacht habe.

§. 121.

Wenn, Fig. 43, die gegebene Mauerhöhe AC = a, die Potenz = P, nebst dem Verhältnisse der Dicke der Mauer, zu der Dicke, Länge und dem Abstande zweier Strebepfeiler gegeben sind, so sey zu untersuchen, wie dick die Mauer seyn müsse, wenn die Strebepfeiler vor den Druck gebauet werden.

Man setze, das Verhältniß der zu suchenden Dicke einer gegebenen Mauer zu der Dicke, Länge, und dem Abstande zweier Strebepfeiler sey wie 1 zu n : m : r. Nehmen wir nun an, daß die zu suchende Dicke der Mauer = x seye, so wird die Dicke des Strebepfeilers, Fig. 42, nämlich LI = nx, die Länge desselben LH = mx, und der Abstand MI = rx seyn. Dieses vorausgesezt, so ist AN = $\frac{1}{2}$ x; AS = (x + $\frac{1}{2}$mx); Q = ax; und so wird endlich nach §. 115 und 119 die respektive Schwere des Strebepfeilers, nämlich R = $\frac{amnx}{r + n}$ seyn; mithin nach §. 11 und 12:

$$AN.Q + AS.R = AC.P,$$ das ist

$$\tfrac{1}{2}x.ax + (x + \tfrac{1}{2}mx)\left(\frac{amnx}{r+n}\right) = aP$$ folglich

$$x^2 + \frac{2mnx^2 + m^2nx^2}{r+n} = 2P$$ also

$$x = \sqrt{\left(\frac{2.(r+n).P}{m^2n + 2mn + r + n}\right)}.$$

Sezt man nun nach §. 50, No. IV. für P die zugehörige Potenz $= \frac{a^2 . Sin,^2 v}{9}$, so wird die Dicke der gegebenen Mauer $= (\tfrac{1}{3}a . Sin, v) \sqrt{\frac{2.(r+n)}{m^2n + 2mn + r + n}}$ seyn.

Die Buchstaben können in dieser Formel nach Belieben bestimmt werden. Denn nehmen wir an, daß die Dicke des Strebepfeilers $= 1\frac{1}{2}$, die Länge desselben $= 2$, und der Abstand $=$ 5mal so gros als die Mauerdicke seye; so wird $n = 1,5$; $m = 2$ und $r = 5$ seyn; nun sey ferner die Höhe der gegebenen Mauer $= a = 24$ Schuhe, der Abschiebewinkel $v = 30$ Grad; so ist $Sin, v = \frac{1}{2}$; setzet man nun in obiger Formel für die Buchstaben ihre gehörigen Werthe, so wird die zu suchende Mauerdicke $= 4\sqrt{\frac{2 . 6/5}{18/5}} = 4\sqrt{\frac{26}{37}}$ $= 3,3532 = 3$ Schuhe 4 Zolle 3 Linien seyn.

§. 122.

Wenn Fig. 43 die Strebepfeiler gegen den Druck angebracht werden sollen, und man setzet, die Höhe der gegebenen Mauer seye $=$ a Schuhe, die Potenz oder Kraft, welche sich bemühet, die Mauer umzustürzen, werde $= U$, so wie das

Verhältniß der zu suchenden Mauerdicke zu der Dicke, Länge, und dem Abstande zweier Strebepfeiler, wie $1 : n : m : r$ genannt; soll nun die Mauerdicke bestimmet werden, so setze man, sie sey $= x$ Schuhe; so wird die Dicke des Strebepfeilers $= nx$, die Länge desselben $= mx$, und der Abstand $= rx$ nach §. 121 seyn; nun ist $FS = \frac{1}{2} mx$, $FN = (mx + \frac{1}{2}x)$, $Q = ax$, und die Last R nach §. 115 und 119 $= \frac{amnx}{r+n}$; aber nach §. 11 und 12 ist

$$FS . R + FN . Q = FE . U$$

das ist

$$\frac{1}{2} mx . \left(\frac{amnx}{r+n}\right) + (mx + \frac{1}{2}x) . ax = aU$$

also

$$x = \sqrt{\frac{2 . (r+n) . U}{m^2 n + 2mr + 2mn + r + n}}.$$

Setzet man nun aus §. 50, No. IV. für U in obige Formel die zugehörige Potenz $= \frac{a^2 . Sin.^2 v}{9}$, so erhält man die Dicke der Mauer $= (\frac{1}{3} a . Sin, v) . \sqrt{[(2.(r+n)) : (m^2 n + 2mr + 2mn + r + n)]}$; nun sey der Abschiebewinkel $v = 45$ Graden, so ist $Sin, v = \frac{1}{2}\sqrt{2}$; setzen wir ferner, die Höhe der Mauer sey $= 17$ Schuhe, $n = 1\frac{1}{3}$, $m = 1\frac{3}{4}$, und $r = 4\frac{1}{2}$, so wird die Dicke $AB = (17 . \frac{1}{3} . \frac{1}{2}\sqrt{2}) \sqrt{\frac{5}{13}} = \frac{17}{3} \sqrt{\frac{5}{26}} = 2,4854 = 2$ Schuhe 5 Zolle 10 Linien seyn müssen.

Aus dieser gefundenen Dicke der Hauptmauer ergibt sich nun auch die Dicke, Länge, und der Abstand der Strebepfeiler, wenn man die oben

gefundene Dicke der Hauptmauer mit den verhältnißmäßigen Zahlen, n, m, und r multipliziret; diesem nach wird Fig. 42 die Dicke LI = 2,4854 . $1\frac{1}{3}$ = 3 Schuhe 3 Zolle 9 Linien, die Länge IK = 2,4854 . $1\frac{2}{3}$ = 4 Schuhe 4 Zolle 2 Linien, und endlich der Abstand MI zweier Strebepfeiler = 2,4854 . $4\frac{1}{2}$ = 11 Schuhe 2 Zolle 3 Linien seyn.

§. 123.

Der Unterschied beider Formeln, §. 122 und 121, bestehet darin, daß der Divisor bei jener um 2 mr gröser ist als in dieser, woraus es dann nothwendig folget, daß die Mauerdicken sehr verschieden seyn müssen; nämlich bei Strebepfeilern gegen den Druck wird diese Dicke um ein merkliches geringer seyn, als wenn dieselben vor den Druck gebauet werden müssen.

Diese in §. 121 und 122 gefundenen Formeln werden nicht gehörig benutzet, wenigstens haben wir noch keine Anwendung, sey es auch nur eine praktische, davon gesehen, obschon ihr geometrischer Zusammenhang so sehr in die Augen leuchtet. Die Ursache mag wohl diese seyn, daß man nicht zum Voraus die Dicken, Längen, und den Abstand zweier Strebepfeiler daraus angeben kann; sondern alles dieses erst aus der gefundenen Dicke der Hauptmauer bestimmen muß. Ueberhaupt scheint es, daß das verhältnißmässige innere Schöne keine Sache für den praktischen Baumeister seye; sie lieben vielmehr eine diktatorische Vorherbestimmung einzelner Theile einer solchen kostbaren Mauer, und glauben, daß dieses etwas Wesentliches für sie seye. Wir wollen also auch folgende Formel so einrichten, daß man nach Willkühr, und so wie es die Umstände erfordern, alles dieses zum Voraus angeben kann.

§. 124.

Wenn bei einer gegebenen Mauer die Strebepfeiler vor den Druck gebauet werden sollen, und

es ist die Dicke, Länge, und der Abstand zweier Strebepfeiler zuvor angegeben, mithin, wenn dieselbe mit der Dicke der Hauptmauer nicht mehr im Verhältnisse stehen, so sey zu untersuchen, wie dick alsdann eine solche Mauer werden müsse.

Es sey die gegebene Höhe der Mauer AC = a, die Dicke derselben = x, Fig. 42 und 43, die Dicke des Strebepfeilers LI = b, die Länge desselben BF = LH = c, und der Abstand zweier Strebepfeiler MI = d, so ist $AN = \frac{1}{2}x$, $AS = (x + \frac{1}{2}c)$, $Q = AC \cdot AB = ax$, und die respektive Schwere des Strebepfeilers nach §. 115 und 119, nämlich $R = \frac{abc}{b+d}$. Nun ist nach §. 11 und 12:

$$AN \cdot Q + AS \cdot R = AC \cdot P$$

das ist

$$\frac{1}{2}x \cdot ax + (x + \tfrac{1}{2}c) \cdot \frac{abc}{b+d} = aP$$

folglich

$$x^2 + \frac{2bcx + bc^2}{b+d} = 2P$$

und

$$x^2 + \frac{2bcx}{b+d} = 2P - \frac{bc^2}{b+d}$$

also

$$x = \sqrt{2P - \frac{bdc^2}{(b+d)^2}} - \frac{bc}{b+d}.$$

Nun aber ist der Ausdruck $\frac{bdc^2}{(b+d)^2} = \frac{bc \cdot dc}{(b+d)^2}$; daher multiplizire man die Grundfläche des gegebenen Strebepfeilers mit der Fläche des leeren Zwischenraums zweier Strebepfeiler IKOM, und dividire dieses Produkt durch

das Quadrat aus der Summe des Abstandes und der Dicke eines Strebepfeilers, den Quotienten subtrahire man von der doppelten Potenz, aus dem Reste extrahire man die Quadratwurzel und subtrahire von derselben den Quotienten (aus der Fläche eines Strebepfeilers, getheilt durch den Abstand und der Dicke desselben); so erhält man die Dicke der gegebenen Mauer.

§. 125.

In dieser lezten Formel muß man vor allen Dingen darauf bedacht seyn, daß man die Potenz P richtig erhalte. Diese läßt sich sehr leicht nach §. 56, 57, 58 oder 61 bestimmen, je nachdem die Umstände es nöthig machen. Wir wollen also einige Beispiele geben, wodurch dieses alles deutlicher in die Augen fallen wird.

I. Wenn an einem Garten oder sonst irgendwo in einer Gegend, welche oben so geebnet ist, daß die Fläche derselben mit dem Horizonte parallel gehet, eine 14 Schuhe hohe Mauer, mit vor den Druck gebaueten Strebepfeilern, welche 3 Schuhe dick, 6 Schuhe lang, und 15 Schuhe von einander abstehen, so aufgeführet werden soll, daß diese Mauer dem Drucke der dahinter liegenden Erde hinlänglichen Widerstand leisten kann, wenn der Abschiebewinkel = 38 Grad angenommen worden ist; so suche man nach §. 57 die dazu gehörige Potenz = 8,2712, und setze selbige in die Formel §. 124, so ist in Fig. 43 und 42 die zu suchende Dicke $AB = GL = \sqrt{2P - \frac{3.6.6.15}{(3+15)^2}} - \frac{3.6}{3+15}$ $= \sqrt{2P - 5} - 1 = \sqrt{11,5424} - 1 = 2,3974$ = 2 Schuhe 4 Zolle 9 Linien.

II Wenn an einem Weinberge eine 11 Schuhe hohe Mauer, mit vor den Druck gebaueten Strebpfeilern, welche 2 Schuhe dick, 5 Schuhe lang, und 12 Schuhe weit von einander abstehen, so soll aufgeführet werden, daß sie dem Drucke der hinter ihr liegenden Erde, unter einem Abschiebewinkel von 42° und unter einem Erhöhungswinkel von 13 Graden, hinlänglich widerstehen kann; so suche man nach § 58 für P die zugehörige Potenz = 7,6109 Quadratschuhe, so wird nach § 124, Fig. 42 und 43, die zu suchende Dicke der gegebenen Mauer, nämlich $AB = GL = \sqrt{15,2218 - 3,0612} - 0,7143 = 2,7729 = $ 2 Schuhe 9 Zolle 3 Linien seyn.

III. Wenn an einer Anhöhe, Fig. 25, eine 15 Schuhe hohe Mauer, mit vor den Druck gebaueten Strebepfeilern, welche 5 Schuhe dick, 7 Schuhe lang, und 13 Schuhe von einander abstehen, so aufgebauet werden soll, daß sie unter einem Abschiebewinkel von 42° und unter einem Erhöhungswinkel von 11 Graden, dem Drucke der hinter ihr liegenden Erde BCKS mit der natürlichen Abdachungslinie CK = 7 Schuhen, hinlänglich widerstehen kann; so suche man nach §. 61 die zugehörige Potenz P = 25,2675 Quadratschuhe; nun setze man in die Formel §. 124 für P, b, c und d die zugehörigen Werthe, so wird die zu suchende Mauerdicke $AB = GL = \sqrt{50,535 - 9,8303} - 1,9444 = 4,4358 = $ 4 Schuhe 5 Zolle 3 Linien seyn.

IV. Soll endlich an einem Flusse, Fig. 26, wegen dem öftern Austreten desselben, um die daneben herziehende Heerstraße dadurch nicht zu verderben, eine 12 Schuhe hohe Mauer, mit vor den Druck gebaueten Strebepfeilern, welche 4 Schuhe dick, 7 Schuhe lang, und 16 Schuhe von

einander abstehen, so aufgeführet werden, daß sie, unter einem Abschiebewinkel von 43 Graden, dem Drucke des Trapeziums BCKL, mit der natürlichen Abdachungslinie CK = 6 Schuhe, hinlänglich widerstehen kann; so suche man nach §. 64 die zugehörige Potenz P = 15,6096 Quadratschuhe, so wird nach §. 124 die zu suchende Dicke AB = $\sqrt{31,2192 - 7,84} - 1,4 = 4,8352 - 1,4$ = 3 Schuhe 5 Zolle 3 Linien seyn.

§. 126.

Wenn bei einer Mauer, Fig. 42 und 43, die Strebepfeiler gegen den Druck gebauet werden, und es ist die Dicke, Länge, und der Abstand zweier Strebepfeiler gegeben; so ist zu untersuchen, wie dick die gegebene Mauer werden müsse.

Man setze, die Höhe der gegebenen Mauer sey = a, die zu suchende Dicke AB = GL = x, die Dicke des Strebepfeilers LI = b, dessen Länge BF = LH = c, der Abstand MI = d; so ist FS = $\frac{1}{2}$c, FN = (c + $\frac{1}{2}$x), Q = ax, und endlich R nach §. 115 und 119 = $\frac{abc}{b+d}$; nun aber ist nach §. 11 und 12:

$$FS \,.\, R + FN \,.\, Q = FE \,.\, P$$

das ist

$$\tfrac{1}{2}c \,.\, \frac{abc}{b+d} + (c + \tfrac{1}{2}x) \,.\, ax = aP$$

daher

$$x^2 + 2cx = 2P - \frac{bc^2}{b+d}$$

also

$$x = \sqrt{2P + \frac{dc^2}{b+d}} - c.$$

Das ist, man multiplizire das Quadrat der Länge eines Strebepfeilers mit dem Abstande zweier Strebepfeiler und dividire dieses Produkt mit der Summe der Dicke und des Abstandes derselben, diesen Quotienten addire man zu der doppelten Potenz, und ziehe aus dieser Summe die Quadratwurzel, dann subtrahire man von dieser die Länge des Strebepfeilers, so hat man die begehrte Dicke der gegebenen Mauer.

§. 127.

Diese lezte Formel setzet uns also in den Stand, bei Prachtgebäuden, Kirchen u. s. w., wenn die Mauern Gewölber zu tragen, oder sonst einer grosen Last zu widerstehen haben, die kühnsten Unternehmungen zu wagen; noch mehr, man wird, wenn diese Formeln gehörig angewendet werden, den alten Griechen in Ansehung ihrer Gebäude, was die Leichtigkeit anbetrift, nicht nur allein gleich kommen, sondern wohl gar noch dieselben übertreffen können. Da aber hier nur in so fern von den Mauern die Rede ist, wenn sie durch einen Druck von der dahinter liegenden Erde in Gefahr kommen, umgeworfen zu werden; so sollen dieser Richtschnur zufolge einige Beispiele diese Formel etwas erleichtern.

I. Wenn in gebürgigten Gegenden, z. B. an einem Garten, welcher oben so geebenet ist, daß diese Ebene mit dem Horizonte parallel gehet, eine 14 Schuhe hohe Mauer, mit Strebepfeilern gegen den Druck, welche 2 Schuhe dick, $3\frac{1}{2}$ Schuhe lang, und 16 Schuhe weit von einander abstehen, so soll aufgeführet werden, daß sie der dahinter liegenden Erde, unter dem Abschiebewinkel von 44 Graden, hinlänglichen Widerstand leisten kann; so ist nach §. 57 die zugehörige Potenz = 10,5252 Quadratschuhe. Setzet man nun in der Formel

§. 126 für a, b, c, d und P die zugehörigen Werthe, so wird die zu suchende Dicke = $\sqrt{21,0504 + 10,8889} - 3,5 = 2,1515$ = 2 Schuhe 1 Zoll 10 Linien seyn.

II. Wenn an einem Weinberge CL, Fig. 24, eine 17 Schuhe hohe Mauer, mit Strebepfeilern gegen den Druck, welche $2\frac{1}{2}$ Schuhe dick, 4 Schuhe lang, und $17\frac{1}{2}$ Schuhe von einander abstehen, so aufgeführet werden soll, daß sie, unter einem Abschiebewinkel von 43 Graden und unter einem Erhöhungswinkel von 17 Graden, dem Drucke der dahinter liegenden Erde BCL hinlänglich widerstehen kann; so ist nach §. 58 die zugehörige Potenz P = 20,9236 Quadratschuhe; folglich wird nach §. 126, Fig. 42 und 43, die zu suchende Mauerdicke AB = GL = $\sqrt{41,8472 + 14} - 4 = 3,4730$ = 3 Schuhe 5 Zolle und 8 Linien seyn.

III. Will man an einer Anhöhe, Fig. 25, eine 14 Schuhe hohe Mauer, mit Strebepfeilern gegen den Druck, welche 3 Schuhe dick, 5 Schuhe lang, und 17 Schuhe von einander abstehen, so aufführen, daß sie unter dem Abschiebewinkel von 41 Graden und unter dem Erhöhungswinkel von 13 Graden, dem Drucke der Erde BCKL, mit der natürlichen Abdachungslinie CK = 8 Schuhen, genugsam widerstehen kann; so ist nach §. 61 die zugehörige Potenz P = 23,8504 Quadratschuhe. Sezt man nun in die Formel §. 126 für a, b, c, d und P die zugehörigen Werthe, so wird die zu suchende Mauerdicke AB = GL = $\sqrt{47,7008 + 21,25} - 5 = 3,3037$ = 3 Schuhe 3 Zolle 8 Linien seyn.

IV. Soll in einer Gegend, wie Fig. 26, wo die drückende Erde BCKL oben so geebenet ist, daß

daß LK mit dem Horizonte parallel gehet, folglich kein Erhöhungswinkel statt findet, eine 16 Schuhe hohe Mauer, mit gegen den Druck gebaueten Strebepfeilern, welche 4 Schuhe dick, 5 Schuhe lang, und 16 Schuhe von einander abstehen, so aufgeführet werden, daß sie unter einem Abschiebewinkel von 47 Graden dem Drucke der Erde BCKL, mit der natürlichen Abdachungslinie CK = 8 Schuhen, hinlänglichen Widerstand leisten kann; so wird nach § 64 die zugehörige Potenz P = 30,7968 Quadratschuhe seyn; folglich muß nach § 126 die zu suchende Mauerdicke AB = GL = $\sqrt{61,5936 + 20} - 5 = 4,0329$ = 4 Schuhe 0 Zoll 5 Linien werden.

§. 128.

Will man den gegen den Druck gebaueten Strebepfeilern eine solche Lage geben, wie sie Fig. 42 mit MZrs vorgezeichnet ist, so erinnere man sich, daß die Parallelogrammen MZrs und MZYO einander gleich sind; folglich muß der körperliche Inhalt desselben eben so, wie §. 115, gesucht und längs der gegebenen Hauptmauer ZI reduziret werden, um nach §. 119, Fig. 42, die respektive Schwere des Durchschnitts BdcD zu erhalten. Damit aber auch der richtige und zugehörige Hebelarm BF, Fig. 43, eines schief gestellten Strebepfeilers gefunden werde, so hat man nur aus Fig. 42 die senkrechte hs zu bestimmen, weil sie die Höhe des Parallelogramms MZYO, also auch die Länge des gegebenen Strebepfeilers ist.

§. 129.

Strebepfeiler mit Abdachungen, wie Fig. 45, werden niemals vor den Druck gebauet, sondern jederzeit gegen den Druck angebracht,

um wo möglich Materialien und Unkösten zu sparen. Eben dieses findet auch bei abgestuzten Strebepfeilern, wie Fig. 46 und 47, statt.

§. 130.

Wenn eine Mauer, wie Fig. 45 und 44, mit gegen den Druck gebaueten Strebepfeilern, welche Abdachungen haben, versehen ist, und man hat die Dicke, Länge, und den Abstand derselben angegeben; so soll untersucht werden, wie dick die gegebene Mauer werden müsse.

Es sey die Höhe der gegebenen Mauer AC $= a$, die zu suchende Dicke derselben AB $= x$, die Dicke des Strebepfeilers $L'K' = b$, die Länge desselben $BE = L'M' = c$, und der Abstand $LK' = d$, die Potenz $= P$, so ist $Em = \frac{2c}{3}$, $En = (c + \frac{1}{2}x)$. $Q = ax$, und S oder die respektive Schwere des abgedachten Strebepfeilers nach §. 116 und 119 $= \frac{abc}{2(b+d)}$; nun aber ist nach §. 11 und 12:

$$Em \,.\, S + En \,.\, Q = FE \,.\, P$$

das ist

$$\frac{2c}{3} \cdot \frac{abc}{2 \cdot (b+d)} + (c + \tfrac{1}{2}x) \,.\, ax = aP$$

folglich

$$x^2 + 2cx = 2P - \frac{2bc^2}{3(b+d)}$$

also

$$x = \sqrt{2P + \frac{c^2}{3} \cdot \left(\frac{b+3d}{b+d}\right)} - c.$$

Das ist: man addire zu dem einfachen und dreifachen Abstande zweier Strebepfeiler jedes-

mal die Dicke desselben, diese lezte Summe dividire man durch die erste; den Quotienten multiplizire man mit dem dritten Theile des Quadrats der Länge des Strebepfeilers, und addire dieses Produkt zu der doppelten Potenz; aus dieser Summe excerpire man die Quadratwurzel, und subtrahire von derselben die Länge des Strebepfeilers, so erhält man die verlangte Mauerdicke. Z. B.

I. Es sey alles wie bei §. 127, No. I., ausgenommen, daß die Strebepfeiler hier Abdachungen haben sollen. Dieses vorausgesezt, so ist $a = 14$, $b = 2$, $c = 3\frac{1}{2}$, und $d = 16$ Schuhe. Ferner wissen wir aus dem nämlichen §en, daß die Potenz $P = 10{,}5252$ Quadratschuhe sey. Setzen wir nun diese Werthe in unsere vorher entwickelte Formel, so wird die zu suchende Dicke AB, Fig. 45, $= \sqrt{32{,}3931} - 3{,}5 = 2{,}1915 =$ 2 Schuhe 2 Zolle 4 Linien seyn.

II. Wird aber alles, wie §. 127, No. II. angenommen, ausser daß die Strebepfeiler hier Abdachungen haben, so ist $a = 17$, $b = 2\frac{1}{2}$, $c = 4$; und $d = 17\frac{1}{2}$ Schuhe; weil nun eben daselbst die Potenz $P = 20{,}9236$ Quadratschuhe ist, so folget, daß die zu suchende Mauerdicke $AB = \sqrt{56{,}5139} - 4 = 3{,}5175 = 3$ Schuhe 6 Zolle 3 Linien seyn muß.

III. Lassen wir aber alles das, was §. 127, No. III. gesagt ist, auch hier gelten, ausser daß die Strebepfeiler hier Abdachungen bekommen, so ist $a = 14$, $b = 3$, $c = 5$, und $d =$ 17 Schuhe. Ferner haben wir daselbst gesehen, daß $P = 23{,}8504$ Quadratschuhe sey, und CK,

oder die natürliche Abdachungslinie der drückenden Erde = 8 Schuhe angenommen worden ist. Setzen wir nun diese Werthe in unsere lezte Formel, so wird die zu suchende Mauerdicke AB = $\sqrt{70,2008} - 5 = 3,3786$ = 3 Schuhe 4 Zolle 7 Linien seyn.

IV. Wenn alles, wie §. 127, No. IV. beibehalten wird, ausser daß hier die Strebepfeiler Abdachungen haben sollen, so ist $a = 16$, $b = 4$, $c = 5$, $d = 16$, und die natürliche Abdachungslinie CK = 8 Schuhe; da nun aber auch die Potenz $P = 30,7968$ Quadratschuhe ist, so folget, daß die begehrte Dicke der Mauer AB = $\sqrt{83,2603} - 5 = 4,1247$ = 4 Schuhe 1 Zoll 6 Linien sey.

§. 131.

Vergleichet man nun diese in §. 130, No. I, II, III und IV. gefundenen Mauerdicken mit jenen, so wir §. 127 bei No. I, II, III und IV. bereits entwickelt haben, so wird man wahrnehmen, daß dieselben beinahe einander gleich sind. Man kann also mit Strebepfeilern, welche Abdachungen haben, viel Mauerwerk ersparen; allein, bei ansehnlichen und etwas ordentlichen Gebäuden würden diese abgedachte Strebepfeiler den meisten Menschen ein widriges Ansehen verursachen. Dieses mag also auch wohl der Grund seyn, warum sie bei dergleichen Gebäuden, wie billig ist, verworfen werden. Aber dem ungeachtet sind sie bei Gärten, Weinbergen, rc. anzurathen; nur muß dahin Bedacht genommen werden, daß sie gehörig angebracht und oben durch eine kleine Verzierung dem Auge des Vorübergehenden etwas erträglicher gemacht werden.

§. 132.

a) Wenn, wie Fig. 46, an einer Mauer, um ihr mehr Festigkeit zu geben, abgestuzte Strebepfeiler FECr' angebracht werden sollen, so muß

man sich zuerst bemühen, die Dicke des reduzirten abgestuzten Strebepfeilers zu bestimmen, und ferner aus dieser die respektive Schwere desselben zu erforschen.

b) Um die Sache in etwas zu erleichtern, haben wir §. 117 diesen abgestuzten Strebepfeiler in zwei verschiedene Abschnitte FECr′ und FGr′, durch die parallele Ebene Fr′ mit dem Horizonte, abgetheilet, jeden besonders reduziret und in Formeln vorgestellt. Man multiplizire also die gefundenen reduzirten Dicken mit der gegebenen Mauerhöhe, so wird man die respektiven Schweren dieser Abschnitte haben.

c) Wir haben §. 117, Lit. A, gefunden, daß die reduzirte Dicke rn des viereckigten Abschnitts $FECr' = \frac{bcg}{a(b+d)}$ sey; folglich wird die respektive Schwere desselben $= rn . CD = \frac{bcg}{a(b+d)} . a = \frac{bcg}{b+d}$ seyn.

d) Eben so ist nach §. 117, Lit. B, die reduzirte Dicke des dreieckigten Abschnitts FGr′, nämlich $Cr = \frac{bc(f-g)}{2a(b+d)}$; mithin wird die respektive Schwere desselben $= Cr . CD = \frac{bc.(f-g)}{2a.(b+d)} . a = \frac{bc(f-g)}{2(b+d)}$ seyn. In Fig. 46 wird diese reduzirte Schwere durch R, jene bei c gefundene aber durch N vorgestellet.

e) Endlich, da wir uns, um alle Irrungen zu vermeiden, vorgenommen haben, daß in An-

sehung der Dicken, Längen, und Abstände der Strebepfeiler, die Werthe der Buchstaben jederzeit so, wie §. 117, beibehalten werden sollen; so folget, daß die Dicke = b, die Länge = c, und der Abstand zweier Strebepfeiler immerfort = d genannt werde.

§. 133.

An dem Winkelhebel KEU, Fig. 46, wird man wahrnehmen, daß der Hebelarm Ei, an welchem die Kraft N ihre Wirkung äussert = $\frac{1}{2}$EC = $\frac{1}{2}$c sey. Eben so wird nach §. 33 der Hebelarm Ef, an welchem die Kraft R wirket, = $\frac{2}{3}$EC = $\frac{2}{3}$c seyn, weil durch EC die Länge des Strebepfeilers vorgestellet wird, mithin nach §. 132, Lit. e, mit c bezeichnet ist. Wenn nun die Momente Ef zu bestimmen sind, so multiplizire man nach §. 4 jeden Hebelarm mit seiner Last; so ist das Moment von Ei = Ei . N = $\frac{1}{2}c \cdot \frac{bcg}{b+d} = \frac{bc^2g}{2(b+d)}$, und das von Ef =

$$Ef . R = \frac{2}{3}c \cdot \frac{bc\,f-g}{2(b+d)} = \frac{bc^2(f-g)}{3(b+d)}.$$

§. 134.

Wenn an einer Mauer ABDC, Fig. 46, abgestutzte Strebepfeiler, welche mit der Hauptmauer nur bis auf eine gewisse angegebene Höhe hinauf gehen, angebracht werden sollen, und man weiß die Dicke, Länge, den Abstand, und die vordere und hintere Höhe dieser Strebepfeiler; so soll untersucht werden, wie dick die Mauer seyn müsse?

Es sey die Höhe CG an der Wurzel des Strebepfeilers = f, die Höhe FE, desselben am

Schweife = g, die zu suchende Mauerdicke AC = x; da nun nach §. 132, Fig. 42, die Dicke LI = b, die Länge IK = EC = c, und der Abstand IM = d ist, so wird EU = $(c + \frac{1}{2}x)$ und M = ax seyn; nun aber ist nach §. 11 und 12:

$$EI.N + Ef.R + EU.M = KE.P$$

$$\left.\begin{aligned} EI.N &= \frac{bc^2g}{2(b+d)} \\ Ef.R &= \frac{bc^2(f-g)}{3(b+d)} \end{aligned}\right\} \text{n. §. 133.}$$

$$EU.M = acx + \tfrac{1}{2}ax^2$$

daher

$$\frac{bc^2g}{2(b+d)} + \frac{bc^2(f-g)}{3(b+d)} + acx + \tfrac{1}{2}ax^2 = aP$$

folglich

$$x^2 + 2cx = 2P - \frac{bc^2(2f+g)}{3a.(b+d)}$$

also

$$x = \sqrt{2P + c^2 - \frac{bc^2}{3a}\left(\frac{2f+g}{b+d}\right)} - c$$

das ist

$$x = \sqrt{2P + \left[1 - \frac{b}{3a}\left(\frac{2f+g}{b+d}\right)\right]c^2} - c.$$

Das ist: man addire zu der doppelten vordern Höhe des Strebepfeilers die hintere Höhe desselben, und multiplizire diese Summe mit der Dicke des Strebepfeilers; dieses Produkt dividire man mit dem Produkte aus der Summe der Dicke und des Abstandes der Strebepfeiler, multipliziret mit der dreifachen Mauerhöhe; diesen Quotienten subtrahire man von einer Einheit, und multiplizire den Rest mit

dem Quadrate der Länge eines Strebepfeilers; dieses Produkt addire man zur doppelten Potenz, extrahire aus der Summe die Quadratwurzel, und subtrahire von derselben die Länge eines Strebepfeilers; so wird man die verlangte Mauerdicke haben.

§. 135.

Daß die vorhin §. 134 gefundene Formel uns ungemein viel Nutzen gewähret, bedarf keiner weitern Erwähnung, weil solches, so viel es möglich ist, hernach dargethan werden soll. Wir begnügen uns hier also zuvor noch einige Beispiele zu geben, damit dem Anfänger dieselbe Formel um so viel mehr bekannt werde.

I. Wenn bei einer 19 Schuhe hohen Mauer abgestuzte Strebepfeiler anzubringen sind, und es ist Fig 46 die Höhe derselben an der Wurzel, nämlich CG = 12′, desgleichen die Höhe derselben am Schweife FE = 10 Schuhe; ferner Fig. 42 ihre Dicke GL = 3′, die Länge IK = 4′, der Abstand MI = 14 Schuhe, und der Abschiebewinkel der hinter der Mauer liegenden Erde = 37 Grade gegeben; so wird nach §. 57 die dazu gehörige Potenz = 14,5483 Quadratschuhe seyn. Setzet man nun in der Formel §. 134 diese gegebenen Werthe an ihre gehörige Stelle, so wird die zu suchende Dicke AC = $\sqrt{29,0966 + 14,3158} - 4 = \sqrt{43,4124} - 4$ = 2,5888 = 2 Schuhe 9 Zolle 1 Linie seyn.

II. Sollte eine 18 Schuhe hohe Mauer mit abgestuzten Strebepfeilern, bei welchen die Höhe an der Wurzel, nämlich CG = 11′, und am Schweife FE = 8 Schuhe beträgt; bei welchen ferner Fig. 42 die Dicke IL = 4′, die Länge

IK = CE = 5′, und der Abstand MI = 16 Schuhe ist, so aufgeführet werden, daß sie, wie Fig. 24, dem Drucke der Erde BCL, unter dem Abschiebewinkel von 47 Graden und unter dem Erhöhungswinkel von 22 Graden, hinlänglichen Widerstand leisten kann; so wird nach §. 58 die Potenz P = 34,1172 Quadratschuhe seyn. Setzet man nun diese bekannten Werthe in die Formel §. 134 an ihre gehörige Stelle, so wird die zu suchende Dicke AC = $\sqrt{68,2344 + 22,2222}$ − 5 = 4,5112 = 4 Schuhe 6 Zolle 2 Linien seyn müssen.

III. Wollte man an einer Anhöhe KNS, Fig. 25, eine 22 Schuhe hohe Mauer, AB, Fig. 46, mit abgestuzten Strebepfeilern, so an der Wurzel = CG = 14 und am Schweife = EF = 10 Schuhe hoch sind; bei denen ferner Fig. 42 die Dicke GL = 4′, die Länge IK = EC = 5, und der Abstand MI = 17 Schuhe angegeben sind, so aufbauen, daß sie unter einem Abschiebewinkel von 40 Graden und unter einem Erhöhungswinkel von 13 Graden, der hinter der Mauer liegende Erde BCKS, mit der natürlichen Abdachungslinie CK = 5 Schuhen, hinlänglich widerstehen kann; so ist nach §. 61 die Potenz P = 39,2201 Quadratschuhe. Setzet man nun in der Formel §. 134 diese bekannten Werthe an ihre gehörige Stelle, so wird man finden, daß die zu suchende Mauerdicke AC = $\sqrt{78,4402 + 21,4518}$ − 5 = 4,9946 = 4 Schuhe 11 Zolle 11 Linien seyn muß.

IV. Begehret man an einer Anhöhe, wie Fig. 26, eine 20 Schuhe hohe Mauer AB, Fig. 46, mit abgestuzten Strebepfeilern CEFG, welche an der Wurzel = CG = 13′, und am Schweife = FE = 10 Schuhe hoch sind, bei welchen

ferner noch die Dicke LI, Fig. 42, = 4', die Länge IK = 5, und der Abstand MI = 16 Schuhe gegeben ist, so aufzuführen, daß sie dem Drucke des Trapeziums BCKL, mit der natürlichen Abdachungslinie CK = 6 Schuhen, unter dem Abschiebewinkel von 39 Graden, hinlänglichen Widerstand leisten kann; so wird nach §. 64 die Potenz P = 29,912 Quadratschuhe seyn. Nun setze man diese bekannten Werthe in der Formel §. 134, so wird die Dicke der Mauer, nämlich AC = $\sqrt{59{,}824 + 22} - 5 = 4{,}0456$ = 4 Schuhe 0 Zoll 7 Linien seyn.

§. 136.

Diese in §. 134 gefundene Formel kann als eine ganz allgemeine Formel der Mauerdicken betrachtet werden, in so fern Strebepfeiler, Mauerrechte, und sonstige Vorbauungen gegen den Druck bei einer Mauer anzubringen sind. Sie hat die Eigenschaft, daß sich alle bisher gegebene Formeln der Mauerdicken nach obiger Bedingniß aus ihr herleiten lassen.

I. Es seye die Länge des Strebepfeilers, nämlich c = 0, so ist nach §. 134, Fig. 46, die begehrte Mauerdicke = $\sqrt{2P + \left[1 - \frac{b}{3a}\left(\frac{2f+g}{b+d}\right)\right]0^2} - 0 = \sqrt{2P}$; also die nämliche Formel, so wir §. 82 bereits entwickelt haben.

II. Wenn man in unsrer Formel für x, d, und g = 0, für f = a, und für c = x setzet, so ist $0 = \sqrt{2P + \frac{x^2}{3}} - x$, also $x = \sqrt{3P}$; mithin die nämliche Formel, welche wir §. 92 gefunden haben.

III. Nimmt man an, daß $d = g = o$, und $f = a$ sey, so ist $x = \sqrt{2P + \frac{c^2}{3}} - c$; folglich dieselbe Formel, so wir §. 97 erhalten haben.

IV. Läßt man $b = nx$, $c = mx$, und $d = rx$ gelten, und setzet diese gegebenen Werthe an ihre gehörige Stelle, so wird $x = \sqrt{\frac{2.(n + r).P}{m^2n + 2mr + 2mn + n + r}}$ seyn; mithin die Dickenformel, so wir §. 122 auseinander gesezt haben.

V. Läßt man $f = g = a$ gelten, und setzet diese Werthe in der Formel §. 134 an ihre gehörige Stelle, so wird $x = \sqrt{2P + \frac{dc^2}{b+d}} - c$ seyn; also die in §. 126 gefundene Formel.

VI. Wenn man endlich in unsrer Formel §. 134 für $f = a$ und für $g = o$ setzet, so wird man wahrnehmen, daß $x = \sqrt{2P + \frac{c^2}{3}\left(\frac{b+3d}{b+d}\right)} - c$ seyn wird; es ist also dieses die nämliche Formel, welche wir §. 130 bereits gegeben haben.

Wer also diese Formel §. 134 hinlänglich kennet, und die Potenzen nach §. 56, 57, 58, 61 und 64 zu finden weiß, der wird sich in den meisten Fällen des bürgerlichen Lebens zu helfen wissen; besonders wenn gegen den Druck der Erde allerlei Arten von Strebepfeilern oder Mauerrechten angebracht werden sollen.

§. 137.

Wenn man in der Formel §. 134 die vordere und hintere Höhe des abgestuzten Strebepfeilers ECFG, nämlich f und g = o setzet, so wird die Dicke der Mauer AC, Fig. 46, nämlich $x = \sqrt{2P + (1 - o)\, c^2} - c = \sqrt{2P + c^2} - c.$

Eine ganz neue Formel, aus welcher erhellet, daß man gar keine Strebepfeiler nöthig habe, sondern daß es genug sey, wenn man nur die Grundfläche gegen den Druck breiter macht, damit der Ruhepunkt weiter hinaus gerücket werde. Man müßte sich aber alle mögliche Mühe geben, den Mörtel und die Steine zu dem Fundamente so zu wählen, daß diese Masse wie geküttet zusammen hinge, folglich von keiner Feuchtigkeit oder sonst einem Zufalle zerstöret werden könne. Diese Grundfläche oder das Fundament kann so versteckt angebracht werden, daß das Auge des Zuschauers in Ansehung der Leichtigkeit des Gebäudes auf eine ganz angenehme Art überrascht wird. Einige Beispiele stehen vielleicht hier nicht am unrechten Orte.

§. 138.

Man will, Fig. 52, eine 13 Schuhe hohe Mauer AD, mit einer gegen den Druck erweiterten Grundfläche, wovon die Durchschnittslinie BC = c = 4 Schuhe beträgt, so aufführen, daß sie dem Drucke der dahinter liegenden Erde (welche oben so geebenet ist, daß diese Ebene mit dem Horizonte parallel gehet), unter dem Abschiebewinkel von 46 Graden, hinlänglich widerstehen kann; wie dick muß diese Mauer gemacht werden?

Man suche nach §. 57 zu der gegebenen Mauerhöhe AD = 13 Schuhe, und zu dem gefundenen Abschiebewinkel von 46 Graden die dazu erforderliche Potenz P = 9,7175 Quadratschuhe;

setzet man nun dieses in die Formel §. 137 anstatt P, und ebendaselbst für c oberwähnte 4 Schuhe, so wird man wahrnehmen, daß die zu suchende Mauerdicke AB $= \sqrt{(9,7175) \cdot 2 + 16} - 4 = 1,9527 =$ 1 Schuh 11 Zolle 6 Linien seyn müsse.

§. 139.

Es sey in einer gebürgigten Gegend, Fig. 24, LMHC eine 15 Schuhe hohe Mauer, wie Fig. 52 ABED, mit einer gegen den Druck erweiterten Grundfläche, wovon die Durchschnittslinie BC = 4 Schuhe enthält, so aufzuführen, daß sie dem Drucke der Erde BCL, Fig. 24, unter dem Abschiebewinkel von 42° und unter dem Erhöhungswinkel von 19 Graden, hinlänglichen Widerstand leisten kann; wie dick wird diese Mauer seyn müssen?

Man suche nach §. 58 zu der gegebenen Mauerhöhe AD = 15 Schuhe und dem Abschiebewinkel von 42°, nebst dem Erhöhungswinkel von 19 Graden, die zugehörige Potenz P = 16,2675 Quadratschuhe; setzet man nun für P und c diese bekannten Werthe in die Formel §. 137 an ihre gehörige Stelle, so wird die zu suchende Mauerdicke AB $= \sqrt{(16,2675) \cdot 2 + 16} - 4 = 2,9667$ = 2 Schuhe 11 Zolle 7 Linien seyn.

§. 140.

Soll in einer Gegend, wie Fig. 25, (wo die aufzubauende Mauer nicht allein dem Drucke des dreieckigten Durchschnitts der Erde BDC, sondern auch noch dem ungleich grösern Drucke des Aufsatzes DCKS zu widerstehen hat) eine 14 Schuhe hohe Mauer ABDE, Fig. 52, mit einer gegen den Druck erweiterten Grundfläche, deren Durch-

schnittslinie BC = $4\frac{1}{2}$ Schuhe beträgt, so aufgeführet werden, daß sie Stärke genug besitze, dem Drucke dieser Erde BCKS, Fig. 25, mit der natürlichen Abdachungslinie CK = 5 Schuhen, unter dem Abschiebewinkel von 39° und unter dem Erhöhungswinkel von 17 Graden, hinlänglich zu widerstehen; so fragt sich's, wie dick diese Mauer seyn müsse?

Man suche erstlich zu der gegebenen Mauerhöhe AD = 14 Schuhe, zu dem Abschiebewinkel CBS, Fig. 25, = 39°, dem Erhöhungswinkel LKS von 17 Graden, und der natürlichen Abdachungslinie CK = $4\frac{1}{2}$ Schuhe nach §. 61 die erforderliche Potenz P = 20,104 Quadratschuhe; nun setze man für P und c in die Formel §. 137 ihre gehörigen Werthe, so wird man finden, daß die zu suchende Mauerdicke AB = $\sqrt{(20,104) \cdot 2 + 20,25} - 4\frac{1}{2}$ = 3,2754 = 3 Schuhe 3 Zolle 4 Linien seyn muß.

§. 141.

Begehret man endlich eine 15 Schuhe hohe Mauer ABED, Fig. 52, mit einer gegen den Druck erweiterten Grundfläche ABC, wovon die Durchschnittslinie BC = $4\frac{1}{2}$ Schuhe ist, so aufzuführen, daß sie der drückenden Erde BCKL, Fig. 26, mit der natürlichen Abdachungslinie CK = 5 Schuhen, unter dem Abschiebewinkel DBC von 42 Graden, hinlänglich widerstehen kann; so ist die Frage, wie dick muß diese Mauer gemacht werden?

Man suche zu der gegebenen Mauerhöhe AD, Fig. 52, = 15 Schuhe, zu der natürlichen Abdachungslinie CK = 5 Schuhen, und zu dem Abschiebewinkel LBC, Fig. 26, von 42 Graden, nach §. 64 die dazu erforderliche Potenz P = 19,48

Quadratschuhe; nun setze man für P und c in die Formel §. 137 ihre zugehörigen Werthe, so wird man wahrnehmen, daß die zu suchende Mauerdicke AB, Fig. 52, $= x = \sqrt{(19,48) \cdot 2 + 20,25} - 4\frac{1}{2} = 3,1948 = 3$ Schuhe 2 Zolle 4 Linien seyn wird.

§. 142.

Aus der gegebenen Potenz und Mauerdicke die Durchschnittslinie der gegen den Druck erweiterten Grundfläche zu finden:

Es sey die Durchschnittslinie der gegen den Druck erweiterten Grundfläche, nämlich BC, Fig. 52, $= y$, die gegebene Mauerdicke AB $= e$, und die erforderliche Potenz $= P$, so ist nach §. 137:

$$e = \sqrt{2P + y^2} - y$$

mithin

$$e + y = \sqrt{2P + y^2}$$

folglich

$$e^2 + 2ey + y^2 = 2P + y^2$$

und

$$2ey = 2P - e^2$$

also

$$y = \frac{2P - e^2}{2e}.$$

Das ist: man subtrahire von der doppelten Potenz das Quadrat der Mauerdicke, und dividire den Rest mit der doppelten Mauerdicke, so erhält man die begehrte Durchschnittsfläche BC.

Z. B. Wenn an einer Anhöhe, wie Fig. 24, LMHC eine 17 Schuhe hohe und drei Schuhe

dicke auf beiden Seiten senkrechte Mauer so aufgeführet werden soll, daß sie dem Drucke der hinter ihr liegenden Erde BCL, unter dem Abschiebewinkel von 38° und unter dem Erhöhungswinkel von 25 Graden, hinlänglich widerstehen kann; so ist die Potenz P nach §. 58 = 18,6694 Quadratschuhe. Setzet man nun für P und e in unserer jezt gefundenen Formel ihre gehörigen Werthe, so wird die verlängerte Durchschnittslinie BC, Fig. 52, $= \frac{(18,6694 \cdot 2 - 9)}{6} =$ 4,7231 = 4 Schuhe 8 Zolle 9 Linien lang seyn müssen.

Mehrere Beispiele dieser Art kann sich jeder leicht selbst machen.

§. 143.

Man hat nicht einmal nöthig, die gegen den Druck erweiterte Grundmauer in einem fortgehen zu lassen. Man kann bei Anlegung des Fundaments nur auf gewisse Distanzen, z. B. von 12 zu 12 Schuhen, oder wie es der Bauverständige nach seinen Einsichten für gut findet, solche Erweiterungen der Grundflächen gegen den Druck, nach Art der Strebepfeiler, anbringen; allein es muß das, was in §. 37 No. II. gesagt worden ist, wohl beherziget werden, weil man sonst durch eine schlechte Verbindung der Mauersteine und des Mörtels Gefahr laufen würde, sein ganzes Werk verunglücken zu sehen. Kann man aber mit einer Mauer eine solche Verbindung der Materien vereinigen, daß das Ganze einer Steinmasse gleichet, so wird mit einer leichten Mauer ein groser Widerstand geleistet werden können, weil sich alsdann der Ruhepunkt C, Fig. 52, nach Gefallen heraussetzen läßt; man wird sich also in dergleichen Fällen alle mögliche Mühe geben, der erweiterten Grundfläche gegen den Druck alle erdenkliche Festigkeit beizubringen, weil der gegen den Druck herausgesezte Ruhepunkt C nicht verrückt werden darf, sondern mit der größten Sorgfalt behandelt werden muß.

§. 144.

§. 144.

Soll dem Auge nicht ein wenig geschmeichelt werden, so kann das Mangelhafte der Verbindung der Baumaterien einer Mauer durch angebrachte Vorsprünge, wie, Fig 48, DMFE oder, Fig. 49, BNEF ersetzet werden. Um also die Mauerdicke zu bestimmen, müßte man sich der Formel §. 134 bedienen; allein, da die vordere und hintere Höhe eines solchen kleinen abgestuzten Strebepfeilers, wie Fig. 49, BNEF, in Betracht des Ganzen sehr geringe ist, mithin der Ausdruck $\frac{b}{3a}\left(\frac{2f+g}{b+d}\right)$ in §. 134 ganz übergangen, also Null gesetzet werden kann; so folget, daß man sich der Formel §. 137 dafür mit Nutzen bedienen kann, wo alsdann c die Länge des Vorsprungs, und P die Potenz andeuten wird; man kann also auch die Aufgaben §. 138, 139, 140 und 141, so wie den Lehrsatz §. 142 hierher ziehen und vortheilhaft benutzen.

§. 145.

Man nennet dergleichen Vorsprünge, wie sie Fig. 48 durch MDEF, oder Fig 49 durch NBFE im Durchschnitte vorgestellet sind, Sockeln. Diese Sockeln können von Abstand zu Abstand als Abweisesteine angebracht werden, damit das Auge des Beobachters, so viel als möglich ist, geschonet werde; allein wir würden doch nicht anrathen, sie gar zu weit von einander anzubringen, weil, was die Stärke einer Mauer betrift, verschiedene zufällige Wirkungen für dieselbe gefährlich werden könnten; man wird also wohl thun, sie nicht über 18 Schuhe von einander anzulegen, damit durch sie so ganz unbemerkt der schuldige und gute Dienst geleistet werde.

Z. B. Wenn eine 16 Schuhe hohe Mauer mit gegen den Druck angebrachten 3 Schuh langen Sockeln, welche zwar willkührlich, aber doch nicht gar zu weit von einander abstehen, so aufgeführet werden soll, daß sie unter dem Abschiebewinkel von 40 Graden und unter dem Erhöhungswinkel von 14 Graden, Stärke genug besitze, dem Drucke der dahinter liegenden Erde hinlänglich zu widerstehen; so wird nach §. 58 die Potenz $P = 14,8992$ Quadratschuhe seyn. Setzet man nun für P und c in der Formel §. 137 die bekannten Werthe, so wird die Dicke der Mauer, Fig 49, nämlich $AN = \sqrt{(14,8992) \cdot 2 + 9} - 3 = 3,2288 =$ 3 Schuhe 2 Zolle 9 Linien seyn.

Hätte man auch noch auf Dicke und Höhe der Sockeln Rücksicht genommen, so würde die Dicke der Mauer noch geringer ausgefallen seyn.

§. 146.

Bei schönen Gebäuden dienen die *verzierten Vormauern, Colonnaten, Säulen an den Portalen u. d. m.* als Strebepfeiler, weil durch dieselben der Ruhepunkt einer Mauer weiter heraus gerücket wird. Man irret sich also sehr, wenn man behauptet, daß die Säulen nur blos die auf denselben ruhende Last zu tragen haben. Man kann sich vom Gegentheile durch Versuche mit kleinen Säulen von Gips oder Holz zu Hause praktisch überzeugen, wenn man selbigen allerlei Stellungen an von kleinen Steinen dünn aufgeführten Mauern gibt; man wird wahrnehmen, daß durch diese kleinen Säulen, wenn sie oben mit einer ganz dünnen Mauer durch einen Vorsprung, unter welchem diese Säulen gestellet und fest verbunden werden, die Mauer frei stehen bleiben, aber ohne dieselben ganz gewiß umfallen wird. Man wird sich also nun auch nach dem bisher Gesagten einigermaßen zu erklären wissen, worin die Leichtigkeit der alten griechischen

Baukunst mag bestanden haben, besonders wenn man noch die Zubereitung ihres Mörtels dazu in Betracht ziehet.

§. 147.

Alles dasjenige, was bisher von den Mauern gesagt worden ist, können sich blos praktische Bauleute, welche in der Mathematik keine hinlängliche Ueberzeugung finden, weil sie die strengen Wahrheiten derselben nicht gehörig zu beurtheilen wissen, durch kleine Versuche zu Hause wiederholen. Man kann sich kleine Mauern von Gips oder dergleichen verfertigen und dieselben auf beiden Seiten senkrecht machen, oder man kann ihnen nach eigenen Belieben Mauerrecht, ferner ganze, abgedachte, oder abgestuzte Strebepfeiler, so wie auch Sockeln von verschiedener Art geben, und allerlei kleine praktische Versuche damit anstellen. Ja was die besondere Lehre der Sockeln oder der erweiterten Grundfläche anbetrift, so kann man sich dieses sogar mit einem glatten und ebenen Pappendeckel erklären; denn ein solcher Pappendeckel, als eine ganz dünne Mauer betrachtet, wird schwerlich auf dem Rande senkrecht hingestellet frei für sich stehen bleiben. Wenn man aber unten einen senkrechten Saum von ohngefähr einem Zolle anbringet, so wird derselbe verursachen, daß er für sich frei stehen bleibe; es ist nicht einmal nöthig, diesen Saum in einem fortgehen zu lassen, man kann ihn unterbrechen, oder wenn man lieber will, gar nur an den Enden ohngefähr einen Zoll lang und breit hervorragen lassen, wodurch denn diese pappendeckelne Mauer sicher für sich ganz allein stehen bleibet. Ein Beweis also für den praktischen Baumeister, daß durch gutes Anbringen der Sockeln eine Mauer ungemein verstärket werde.

IX. Abschnitt.

Von der Dicke der Futtermauern in Festungswerken, so mit Strebepfeilern und Mauerrecht zugleich versehen sind.

§. 148.

Bei Festungswerken ist es, wie schon erinnert worden ist, aus verschiedenen wichtigen Ursachen nicht rathsam, Strebepfeiler gegen den Druck anzubringen; da es aber dennoch als eine Regel festgesezt werden muß, dem Unternehmer eines so wichtigen Baues, so viel als möglich ist, Zeit und Unkösten zu ersparen, so müssen alle Mittel aufgesucht werden, dem Nutzen des Vaterlandes und dem Willen des Unternehmers hierin ein Genüge zu leisten. Man wird darin auch einigermaßen glücklich seyn, wenn man, wie wir in der Folge lehren werden, die Strebepfeiler vor und das Mauerrecht gegen den Druck aufbauet. Durch dieses Mittel werden nach den bisher gegebenen Gründen nicht allein viele Materialien, sondern auch viele Mühe, Zeit und Unkösten ersparet, und man darf sich schmeicheln, seine Pflicht gethan und den Willen des Unternehmers einigermaßen erfüllet zu haben.

§. 149.

Wir wollen annehmen, Fig. 50 AEFK sey der Durchschnitt einer Futtermauer, welche mit Stre-

bepfeilern ABFH vor, und einem Mauerrechte gegen den Druck aufgebauet ist; setzen wir nun ferner, es sey, Fig. 51, aikd die Grundfläche dieser Futtermauer, so wird ab die Länge, ae = bf die Dicke eines Strebepfeilers seyn, fh wird den Abstand derselben andeuten, so wie DE = cd das Mauerrecht vorstellen wird. Wir müssen uns also in dem Durchschnitte AEKF an dem Hebelarme EV drei verschiedene Gewichte denken, wovon die respektiven Schweren folgende seyn werden; als erstens: die des Mauerrechts nach §. 80, nämlich $R = \frac{KD.DE}{2}$, die der Mauer nach eben demselben §., nämlich $N = BH.BD$, und endlich die des Strebepfeilers nach §. 115 und 119, nämlich $M = BH.BC$. Wird nun die Höhe der gegebenen Mauer = a, die Dicke derselben = x, die Länge eines Strebepfeilers AB = ab = c, die Dicke desselben ae = b, und der Abstand eben derselben = d, das Mauerrecht DE = cd = m, so wie sonst beibehalten; so wird $R = \frac{am}{2}$, $N = ax$ und $M = \frac{abc}{b+d}$ seyn.

§. 150.

Wenn in einer Festung oder sonst wo, eine Futtermauer, welche a Schuhe hoch ist, und mit Strebepfeilern vor den Druck, welche c Schuhe lang, b Schuhe dick, und d Schuhe von einander abstehen, ferner mit einem Mauerrechte von m Schuhen gegen den Druck versehen ist, so soll aufgeführet werden, daß sie unter dem Abschiebewinkel von v Graden ohne Brustwehre stark genug sey, dem Drucke der dahinter liegenden Erde hinlänglichen Widerstand zu leisten, so muß man

vorher nach §. 57 die Potenz P entwickeln; hat man einmal diese und man will die Dicke der Mauer, nämlich BD wissen, so setze man diese Mauerdicke BD = x Schuhe, so wird ET = $(m+\frac{1}{2}x)$, EV = $(m+x+\frac{1}{2}c)$, und ES nach § 33, = $\frac{2m}{3}$ seyn.

Denket man sich nun den Winkelhebel WEV, an welchem einem Arme EV, die drei Gewichte M, N, R, nach §. 50, und am andern Arme WE, die Kraft P ihre Wirkungen äussern und einander das Gleichgewicht halten, so ist nach §. 11 und 12:

$$ES.R + ET.N + EV.M = WE.P$$

das ist

$$\frac{am^2}{3} + amx + \frac{1}{2}ax^2 + (m+x+\frac{1}{2}c)\frac{abc}{b+d} = aP$$

also

$$x = \sqrt{2P + \frac{m^2}{3} - \frac{bdc^2}{(b+d)^2}} - m - \frac{bc}{b+d}.$$

Das ist: man multiplizire das Quadrat der Länge eines Strebepfeilers mit der Dicke und dem Abstande desselben, dieses Produkt dividire man mit dem Quadrate des Abstandes und der Dicke eben dieses Strebepfeilers; diesen Quotienten subtrahire man von der Summe der doppelten Potenz und dem dritten Theile des Quadrats des Mauerrechts, aus dem Reste excerpire man die Quadratwurzel, und subtrahire von derselben das Mauerrecht und die Dicke des reduzirten Strebepfeilers BC §. 115; so wird man die Dicke BD haben.

§. 151.

Man will eine 17 Schuhe hohe Futtermauer mit Strebepfeilern vor den Druck, welche 4 Schuhe lang, 3 Schuhe dick und 18 Schuhe von einander abstehen, ferner mit einem Mauerrechte von 3 Schuhen so aufführen, daß sie unter dem Abschiebewinkel von 51 Graden der dahinter liegenden drückenden Erde genugsam widerstehen kann; wie dick muß diese Mauer seyn?

Man suche nach §. 57 aus der gegebenen Mauerhöhe BH, Fig. 50, und dem bekannten Abschiebewinkel von 51 Graden, die dazu erforderliche Potenz P = 19,4208 Quadratschuhe; setzet man nun diese und die oben gegebenen Werthe in die Formel §. 150 an ihre gehörigen Stellen, so wird die begehrte Mauerdicke BD = $\sqrt{39,8824 - 3,5714}$ = 2,7439 = 2 Schuhe 8 Zolle 11 Linien seyn.

§. 152.

Soll in einer gebürgigten Gegend LMHC, Fig. 24, eine 23 Schuhe hohe Mauer AEWF, Fig. 50, mit Strebepfeilern ABHF vor den Druck, welche 5 Schuhe lang, 3 Schuhe dick, und 15 Schuhe von einander abstehen, mit einem Mauerrechte DE = m von 3 Schuhen gegen den Druck, so aufgeführet werden, daß sie Stärke genug besitze, dem Drucke der dahinter liegenden Erde, unter einem Abschiebewinkel von 39° und unter einem Erhöhungswinkel von 23 Graden, hinlänglich zu widerstehen; so fragt es sich, wie dick diese Mauer seyn müsse?

Man suche nach §. 56 zu der gegebenen Mauerhöhe BH, Fig. 50 = 23 Schuhen, dem Abschiebewinkel von 39° und dem Erhöhungswinkel von

23 Graden, die dazu erforderliche Potenz $P = 35{,}6017$ Quadratschuhe; setzet man nun diese und die oben gegebenen Werthe, nämlich $b = 3'$, $c = 5'$, $d = 15'$, und $m = 3$ Schuhe, an ihre gehörigen Stellen in die Formel §. 50, so wird man finden, daß die zu suchende Mauerdicke $BD = \sqrt{74{,}2034 - 3{,}4722} - 3{,}8333 = 4{,}5769 =$ 4 Schuhe 6 Zolle 11 Linien seyn müsse.

§. 153.

a) Wenn man in die Formel §. 150 das Mauerrecht $m = o$ setzet, so wird die Mauerdicke BD, Fig. 50, $= \sqrt{2P + o - \frac{bdc^2}{(b+d)^2}} - o - \frac{bc}{b+d} = \sqrt{2P - \frac{bdc^2}{(b+d)^2}} - \frac{bc}{b+d}$ seyn; also eine Formel, welche wir §. 124 bereits entwickelt haben.

b) Nehmen wir an, daß die Länge eines Strebepfeilers AB, Fig. 50, nämlich $c = o$ sey, so wird die Dicke der Mauer, nämlich $BD = \sqrt{2P + \frac{m^2}{3} - o} - m - o = \sqrt{2P + \frac{m^2}{3}} - m$ seyn; also abermals eine Formel, welche wir §. 97 auseinander gesezt haben. Eben diese Formel wird erhalten, wenn man die Dicke eines Strebepfeilers, nämlich $b = o$ setzet.

c) Läßt man den Abstand zweier Strebepfeiler, nämlich fh, Fig. 51, das ist $d = o$ gelten, so wird die Mauerdicke BD, Fig. 50, $= \sqrt{2P + \frac{m^2}{3} - o} - m - \frac{bc}{b+d} = \sqrt{2P + \frac{m^2}{3}} - m - c$ seyn.

d) Wird endlich in der lezten Formel Lit. c auch noch das Mauerrecht m = o gesetzet, so wird man für die Mauerdicke BD, Fig. 50, den Ausdruck $\sqrt{2P} - c$ erhalten. *)

e) Diese beiden lezten Formeln, Lit. c und d, geben zu erkennen: daß man bei einer Mauer anstatt der Strebepfeiler vor den Druck nur in der nämlichen Richtung eine blose Verlängerung der Grundfläche anzubringen habe, um seinen Endzweck zu erreichen; allein, diese Verlängerung oder vorspringende Mauer am Fundamente müßte eine solche Verbindung haben, daß sie mit der Hauptmauer ein Ganzes ausmachte, mithin nach § 37 No. II. so beschaffen seyn, daß sie, ohne die Mauer zu zerstören, nicht von derselben getrennet werden könnte; wenn man also mit derselben, nach Art der Sockeln, Fig. 48 und 49, eine solche Verbindung wie §. 37 voraussetzet, hervorzubringen im Stande wäre, so würde man durch eine jede willkührliche dünne Mauer den größten Widerstand leisten können.

---

*) Bei diesem § erinnert Herr Hofrath Wucherer mit Recht, daß diese lezte Formel, Lit. d, bei Festungen, wo der Feind Minen anzulegen bedacht seyn wird, gefährlich werden könnte; es ist also zu erinnern nöthig, daß hier bei solchen Lagen, wo dergleichen Mauern diesem Zufalle ausgesezt seyn können, das Mauerrecht nicht wegzulassen seye, ja daß man auf ein solches zu befürchtende Ereigniß seinen möglichsten Bedacht zu nehmen habe, damit von dieser Seite in Rücksicht der Belagerten alles Unangenehme beseitiget sey.

§. 154.

Wenn die Dicke einer Futtermauer, desgleichen die Länge, Dicke, und der Abstand der Strebepfeiler vor dem Drucke, nebst dem Abschiebewinkel, oder besser, die Potenz P gegeben sind, so soll das Mauerrecht DE, Fig. 50, nämlich m bestimmet werden.

Es sey die Höhe der gegebenen Mauer BH = a, die Dicke derselben = h, die Dicke eines Strebepfeilers ae, Fig. 51, = b, dessen Länge = c, und der Abstand derselben, nämlich fh = d, desgleichen die Potenz = P und das zu suchende Mauerrecht = m, so ist nach §. 11 und 12:

$$ES . R + ET . N + EV . M = EW . P$$

nämlich

$$\frac{2m}{3} . \frac{am}{2} + (m + \tfrac{1}{2} h)\, ah + (m + h + \tfrac{1}{2} c)\, \frac{abc}{b+d} = aP$$

das ist

$$m^2 + 3hm + \frac{3bcm}{b+d} = 3P - \tfrac{3}{2} h^2 - \frac{3bch}{b+d} - \frac{3bc^2}{2(b+d)}.$$

Reduziret man dieses alles gehörig, so wird das begehrte Mauerrecht, nämlich m =

$$\sqrt{3P + \tfrac{3}{4} h^2 + \frac{3bch}{2(b+d)} + \frac{3b^2c^2 - 6bdc^2}{4(b+d)^2}}$$

$$- \tfrac{3}{2} h - \frac{3bc}{2(b+d)} \text{ seyn.}$$

Z. B. Es sey a = 23 Schuhe, der bekannte Abschiebewinkel = 39 Grade, so ist nach §. 57 die Potenz P = 23,2760 Quadratschuhe; setzet man nun b = 3', c = 4', d = 15' und h = 2,7912 Schuhe, so ist

$$3P = 69,8280$$
$$\tfrac{3}{2}h^2 = 5,8431$$
$$\frac{3bch}{2(b+d)} = 2,7912$$
$$\frac{3b^2c^2 - 6bdc^2}{4(b+d)^2} = -3$$
$$\tfrac{3}{2}h = 4,1868$$
$$\frac{3bc}{2(b+d)} = 1$$

Setzet man nun diese Werthe in unsere Formel, so wird das zu suchende Mauerrecht DE, Fig. 50, nämlich $m = \sqrt{69,8280 + 5,8431 + 2,7912} - 3 - 4,1868 - 1 = \sqrt{75,4623} - 5,1868 = 3,5001$ = 3 Schuhe 6 Zolle seyn.

§. 155.

Wenn die Höhe der Mauer BH = a, Fig. 50, desgleichen die Dicke derselben BD = h, ferner die Länge des Strebepfeilers AB = ab = c, Fig. 51, so wie der Abstand derselben fh = d, und die Potenz P gegeben sind, so soll untersucht werden, wie dick die Strebepfeiler seyn müssen?

Es sey alles, wie §. 154, so ist

$$ES.R + ET.N + EV.M = EW.P$$

das ist

$$\frac{2m}{3}\cdot\frac{am}{2} + (m + \tfrac{1}{2}h)\,ah + (m + h + \tfrac{1}{2}c)\frac{abc}{b+d} = aP$$

Reduziret man nun alles dieses gehörig, so wird die zu suchende Dicke eines Strebepfeilers, nämlich

$$b = \frac{(6P - 2m^2 - 6hm - 3h^2).d}{2m^2 + 6hm + 3h^2 + 6cm + 6ch + 3c^2 - 6P}$$

seyn.

Z. B. Es sey alles wie §. 154, so ist die Potenz $P = 23,2760$ Quadratschuhe, $h = 2,7912$, $m = 3,5$, $c = 4$, und $d = 15$ Schuhe; folglich wird $6P = 139,656$, $3h^2 = 23,3724$, $6cm = 84$, $6ch = 66,9888$, und $3c^2 = 48$ seyn. Setzet man nun dieses in unsere lezte Formel in ihre gehörigen Stellen, und reduziret alles dieses, so wird die zu suchende Dicke eines Strebepfeilers, nämlich $b = \frac{(33,1684) \cdot 15}{165,8204} = 3,003 = 3$ Schuhe seyn.

§. 156.

Wenn die Höhe einer Mauer BH, Fig. 50, $= a$, die Dicke derselben $BD = h$, das Mauerrecht $= m$, die Dicke eines Strebepfeilers ae, Fig. 51, $= b$, der Abstand desselben $fh = d$, und die Potenz $= P$ gegeben sind, soll untersucht werden, wie lang ein Strebepfeiler seyn muß?

Es sey alles wie §. 154, so ist

$$\frac{ES \cdot R + ET \cdot N + EV \cdot M = EW \cdot P}{} \text{ das ist}$$

$$\frac{m^2}{3} + mh + \tfrac{1}{2}h^2 + \frac{bcm + 6ch + \frac{1}{2}bc^2}{b + d} = P$$

Reduziret man nun alles dieses gehörig, so wird die Länge eines Strebepfeilers, nämlich

$$c = \sqrt{\frac{6P \cdot (b + d) - (2d - b)m^2 - 6dhm - 3dh^2}{3b}} - m - h$$ seyn.

Z. B. Es sey alles wie §. 154, nämlich $P = 23,2760$ Quadratschuhe, $b = 3'$, $d = 15'$, $m = 3\frac{1}{2}$ und $h = 2,7912$ Schuhe, so ist:

$$6P.(b+d) = 23{,}2760 \,.\, 6 \,.\, 18 = 2513{,}808$$
$$(2d-b)m^2 = 12{,}25 \,.\, (30+3) = 330{,}75$$
$$6dhm = 6.15.3\tfrac{1}{2}.2{,}7912 = 879{,}228$$
$$3dh^2 = 3 \,.\, 15 \,.\, 7{,}7908 = 350{,}586$$

Setzet man nun diese gefundenen Werthe in unsere lezte Formel an ihre gehörigen Stellen und reduziret alles, so wird die zu suchende Länge eines Strebepfeilers, nämlich $c = \sqrt{(2513{,}808 - 1560{,}564) : 9} - 6{,}2912 = 4{,}0003 = 4$ Schuhe seyn.

§. 157.

Will man endlich aus der schon mehrmal gedachten Formel, §. 154, den Abstand zweier Strebepfeiler entwickeln, so wird, wenn man die allda angenommenen Werthe der Buchstaben beibehält, dieser zu suchende Abstand, nämlich

$$d = \frac{(2m^2 + 6mh + 3h^2 + 6cm + 6ch + 3c^2 - 6P).b}{6P - 2m^2 - 6hm - 3h^2}.$$

Welches man auch sehr leicht aus der Formel § 155 hätte herleiten können. Wenn man nun auch alles, was §. 155 angenommen wurde, hier gelten läßt, so wird dieser Abstand $fh = d = (497{,}4612) : (33{,}1684) = 14{,}998 = 15$ Schuhe seyn.

§. 158.

Wenn in einer Festung eine 25 Schuhe hohe Futtermauer mit Strebepfeilern abfe, Fig. 50 und 51, vor dem Drucke, deren Dicke $ae = b = 3{,}5'$, die Länge desselben $AB = ab = c = 6'$, und ihr Abstand $fh = d = 16{,}5$ gegeben ist, mit einem Mauerrechte von 5 Schuhen, gegen den Druck, so aufgeführet werden soll, daß sie nicht allein dem Drucke der dahinter liegenden Erde,

unter dem Abschiebewinkel von 40 Graden, sondern auch noch dem Drucke einer Brustwehre PEK = FDC, Fig. 31, bei der die obere Abdachungslinie DF = 20′ Schuhe, die vordere Höhe derselben, nämlich Fr = 6′, die hintere Höhe DH = $4\frac{1}{2}$′, desgleichen die Höhe des Bänkleins Em = $1\frac{1}{2}$′, die Breite desselben EK = 3′ und die Abdachungslinie PE = $2\frac{1}{2}$ Schuhe bekannt ist; hinlänglich widerstehen kann: wie dick muß diese Mauer seyn?

Man findet sich hier in die Nothwendigkeit versetzet, zuerst die dazu erforderliche Potenz zu entwickeln; wir wollen also damit den Anfang machen:

a) Man suche zuerst nach §. 68, Lit. a, den Winkel $z = 90° + FDn = 94° 18'$, weil $\text{Sin}, FDn = Fn : FD = 3 : 40 = 0{,}0750000 = 4° 18'$ ist.

b) Ferner ist nach §. 69, No. II. die Linie $CG = FD . (\text{Cot}, \mathfrak{v} . \text{Sin}, z + \text{Cos}, z) = b = 22{,}268$ Schuhe.

c) Nun bestimme man nach §. 68, Lit. m, den Druck des Trapeziums FDCG in dem Punkte C; man entwickele nämlich den Ausdruck $[((3a - 2b) . b^2) : (6 . (1 + \text{Tang}, \mathfrak{v} . \text{Cot}. z)) + a - \frac{1}{2} b) bf] \frac{2 . \text{Sin},^2 \mathfrak{v}}{3 . a}$; man wird finden, daß derselbe = 44,907 Quadratschuhe sey.

d) Desgleichen wird man nach §. 69, No. IV. die Linie $FQ = DH + FD . \text{Sin}, z \text{Cot}, \mathfrak{v} = 28{,}268$ Schuhe = K erhalten.

e) Nun suche man ferner nach §. 71, Lit. a, den Winkel, so durch die Verlängerung der Sei-

ten LC und KF in ihrem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte entstehet, oder welches einerlei ist, man suche den Winkel SFr = $\mathfrak{o}$, nämlich Tang, $\mathfrak{o} = \frac{Sr}{Fr}$ = 0,1666667 = 9° 28′, wenn die Anlage Sr = 1 Schuh groß angenommen wird.

f) Weil Fr = 6′ und Sr = 1 Schuh angenommen ist, so folget, daß FS = 6,0828 Schuhe sey; denn $FS = \sqrt{Fr^2 + Sr^2} = \sqrt{37} = 6,0828$. Nun verhält sich Fr : FO = FS : FK, das ist $6 : 4\frac{1}{2} = 6,0828 : FK$, folglich ist FK = 4,5621 Schuhe.

g) Sucht man nun ferner nach §. 72, No. II. die Linie GL = FK . (Cot, $\mathfrak{v}$. Sin, $\mathfrak{o}$ + Cos, $\mathfrak{o}$) so wird man finden, daß sie 4,938 Schuhe enthalte, man bezeichnet sie mit a.

h) Addiret man nun die Werthe von Lit. b und g, so wird CL = CG + LG = 22,268 + 4,938 = 27,186 Schuhe seyn, also gröser als die gegebene Mauerhöhe = 25 Schuhe, welches zu erkennen gibt, daß man nicht das ganze Trapezium FGLK, sondern nur einen Theil desselben zu berechnen habe; daher subtrahire man von der ganzen Mauerhöhe = 25 Schuhe, die bei Lit. b gefundenen 22,268 Schuhe, den Rest, nämlich 2,732 drücke man durch den Buchstaben a aus.

i) Nun suche man den Druck, den der Rest des Trapeziums in dem Punkte C äussert, nämlich man bestimme den Ausdruck §. 71, Lit. l, = $[((3a - 3b - 2a)\,a^2) : (6\,(1 + \text{Tang}, \mathfrak{v} . \text{Cot}, \mathfrak{o})) + (a - b - \frac{1}{2}a)\,a\,k] . (2 . \text{Sin},^2 \mathfrak{v}) : 3a = [a^3 : (6 . (1 + \text{Tang}, \mathfrak{v} . \text{Cot}. \mathfrak{o})) + \frac{1}{2}a^2 k] . \frac{2 . \text{Sin},^2 \mathfrak{v}}{3a}$ = 1,1685 Quadratschuhe.

k) Addiret man nun die zwei Partial-Drukkungen bei c und i, so wird die Potenz $P = 44{,}907 + 1{,}1685 = 46{,}0725$ seyn.

l) Da wir nun einmal die Potenz P kennen, so läßt sich die Mauerdicke sehr leicht nach §. 150 angeben; es ist alsdann $b = 3{,}5$, $c = 6$, $d = 16{,}5$ und $m = 5$ Schuhe, folglich $2P = 92{,}145$ Quadratschuhe, $\frac{m^2}{3} = 8{,}3333$, $\frac{b\,d\,c^2}{(b+d)^2} = 5{,}1975$, und $\frac{b\,c}{b+d} = 1{,}05$; mithin wird die Mauerdicke BD, Fig. 50 $= \sqrt{95{,}2808} - 6{,}05 = 3{,}7112 =$ 3 Schuhe 8 Zolle 7 Linien seyn.

Der lezte bei Lit. i gefundene Druck darf nicht nach §. 75 berechnet werden, weil $o < 90°$ ist.

§. 159.

Das Verfahren §. 158, nämlich das Aufsuchen der Potenz, hätte nach §. 76 mit vieler Abkürzung bewerkstelliget werden können.

a) Man suche zuerst den Ausdruck für $f = (Fr + DH) : 2 = (6 + 4{,}5) : 2 = 5{,}25$; folglich wird $3f = 15{,}75$ seyn.

b) Nun setze man in die Formel §. 76 für a und 3f ihre jezt bekannten Werthe an ihre gehörigen Stellen, und reduzire alles, so ist die Potenz

$$P = a\,.\,(a + 3f)\,.\,\frac{\text{Sin},^2 v}{9} = \frac{25\,.\,40{,}75\,.\,(0{,}6428)^2}{9}$$

$= 46{,}7692$ Quadratschuhe.

c) Endlich setze man in die Formel §. 150 für die Potenz P den so eben bei Lit. b gefundenen Ausdruck $= 46{,}7692$; die übrigen Werthe aber nehme man aus §. 158, bei Lit. l, und setze sie an

an ihre zukommenden Stellen, so wird nach geschehener Reduktion die zu suchende Mauerdicke BD, Fig 50, $= \sqrt{96,6742} - 6,05 = 3,7823$ = 3 Schuhe 9 Zolle 6 Linien seyn.

Diese jezt gefundene Dicke einer 25 Schuhe hohen Mauer ist von der in §. 158, Lit. l, gefundenen Dicke nur um 11 Linien unterschieden. Ein Beweis, daß man sich der Formel §. 76 in allen Fällen mit Nutzen bedienen darf.

§. 160.

Wenn auf einer Mauer, wie Fig. 53, ABCD eine Kraft P in schiefer Richtung wirket, so hat man sich den Winkel m, den diese schiefe Richtung mit der Mauerhöhe bildet, besonders zu bemerken; denket man sich nun den Winkelhebel FAS, so findet man den Hebelarm AF, wenn man die Höhe der Mauer AB = a setzet und also schliesset:

$$\text{Sin, } AFB : \text{Sin, } ABF = AB : AF$$

$$\text{Sin, } AFB = \text{Sin, totus} = 1$$

$$\text{Sin, } ABF = \text{Sin, } m$$

$$AB = a$$

folglich

$$1 : \text{Sin, } m = a : AF$$

also

$$AF = a \,.\, \text{Sin, } m.$$

Nun stelle man sich vor, an dem einen Arme des Hebels AF sey die Kraft P, und an dem andern Arme AS die Last N angebracht; wenn nun beide einander das Gleichgewicht halten, so ist, wenn man die Mauerdicke AS = x setzet:

$$AS \cdot N = AF \cdot P$$
$$AS = \tfrac{1}{2} AC = \tfrac{1}{2} x$$
$$N = AC \cdot AB = ax$$
$$AF = a \cdot \text{Sin}, m$$

also

$$\tfrac{1}{2} x \cdot ax = P \cdot a \cdot \text{Sin}, m$$

folglich

$$x = \sqrt{2P \cdot \text{Sin}, m}.$$

Das ist: man extrahire aus dem Produkte der doppelten Potenz und dem Sinus des Winkels, den die schiefe Richtung der Potenz mit der Mauerhöhe bildet, die Quadratwurzel; so erhält man die Dicke einer auf beiden Seiten senkrechten Mauer. Alles das, was in diesem §. vorgetragen ist, gilt auch von Fig. 54.

§. 161.

Daß obige, §. 160, entwickelte Formel ganz allgemein sey, bedarf wohl keiner Erinnerung; denn man nehme für den Richtungswinkel m, Fig. 53 und 54, nach und nach alle selbst beliebige Werthe, so wird jedesmal eine neue und nüzliche Formel erhalten werden. Z. B.

a) Es sey m = 90 Grad, so ist Sin, m = 1; setzet man nun dieses in unsrer Formel anstatt Sin, m, so wird die Mauerdicke $AC = \sqrt{2P \cdot 1}$ $\sqrt{2P}$ seyn; also eben so wie sie §. 82 ausgedrückt ist.

b) Setzen wir m = 120° oder 60 Grade, so ist Sin, 60° $= \tfrac{1}{2}\sqrt{3}$; folglich wird die Mauerdicke $AC = \sqrt{2P \cdot \tfrac{1}{2}\sqrt{3}} = \sqrt{2P \cdot \sqrt{3}}$ seyn.

c) Nehmen wir an, daß der Winkel m = 150° oder 30 Grade sey, so ist Sin, m = $\frac{1}{2}$; folglich wird die Dicke der Mauer alsdann = $\sqrt{2P.\frac{1}{2}} = \sqrt{P}$ seyn, und so weiter.

d) Wird endlich für m = 180° oder 0 Grad gesetzet, so ist Sin, m = 0; also wird die Mauerdicke AC = $\sqrt{2P.0} = 0$ seyn. Hierdurch wird bestätiget, was wir §. 79 von der Dicke einer Mauer überhaupt gesagt haben.

§. 162.

Wir wollen annehmen, daß der Durchschnitt einer Mauer, Fig. 53 und 54, ein rechtwinklichtes Dreieck ACD sey; die Wirkung der Kraft P sey schief auf den Punkt B gerichtet, so ist, wie vorhin §. 160, der Hebelarm AF = a . Sin, m; eben so wird nach §. 33 der Hebelarm AS in dem Winkelhebel FAC = $\frac{2AC}{3}$ seyn. Setzen wir nun, die Mauerdicke sey = x, so ist:

$$AS.N = AF.P$$

aber

$$AS = \frac{2x}{3}$$

$$N = \frac{ax}{2}$$

und $AF = a.\text{Sin, } m$

daher

$$\frac{2x}{3}.\frac{ax}{2} = a.P.\text{Sin, } m$$

also

$$x = \sqrt{3P.\text{Sin, } m.}$$

Das ist: man multiplizire die dreifache Poten: P mit dem Sin, m, und excerpire aus diesem Produkte die Quadratwurzel, so hat man die begehrte Mauerdicke.

Man könnte also alles das, was §. 161, bei Lit. a, b, c und d gesagt worden ist, allhier wiederholen; allein, diese Wiederholungen überlassen wir, um Raum zu ersparen, dem Anfänger zur eigenen Belustigung.

§. 163.

Aus § 161 und 162 läßt es sich leicht folgern, daß man nur in jeder Dickenformel, so in diesem Werke abgehandelt vorkommt, anstatt P den Ausdruck P. Sin, m zu setzen habe, wenn der Druck anders woher, als von der hinter der Mauer liegenden Erde entstehet, und seine ganze Kraft in einer schiefen Richtung auf der gegebenen Mauer in dem Punkte B, Fig. 53 und 54, äussert. Man wird, ohne daran erinnert zu werden, leicht einsehen, daß diese letzten Formeln ungemein fruchtbar sind, besonders wenn sich Liebhaber der Baukunst die Mühe nehmen wollen, allerlei Vergleichungen damit anzustellen. Wir eilen zum Beschlusse, und legen unsre erste Arbeit in den Schoos eines geehrten Publikums, von dessen Winken es abhängen wird, eine eben solche kleine Theorie der Gewölber mittheilen zu dürfen.

Ende.

Register
der vornehmsten Sachen, so in diesem Werke enthalten sind.

§. §.

Abdachung aufgehäufter Erde............ 36

Abgestuzte Strebepfeiler, sie zu reduziren und die respektive Schwere derselben anzugeben.................................132

Abschnitte eines Dreiecks, wenn sie parallel sind, ihr Verhältniß zu bestimmen. 35

Abstand zweier Strebepfeiler bei einer Futtermauer zu erforschen.............157

Belidors Potenz überhaupt................. 39

: : : : : Potenz bei Futtermauern mit Brustwehren.............................. 65

Colonnaten als Strebepfeiler...............146

Dicke einer auf beiden Seiten senkrechten Mauer bei verschiedenen Lagen der Erde. §. 82, 83 ꝛc. bis.............. 89

: : : einer Mauer mit verschiedenen Mauerrechten.............................. 99

: : : einer Mauer mit erweiterter Grundfläche. § 138, 139, 140 und....141

: : : einer Mauer mit Sockeln...........145

§. §.

Dicke einer Futtermauer, so mit Strebepfeilern und einem Mauerrechte versehen ist. §. 151, 152 und ... 150

: : : einer Futtermauer in Festungswerken, mit einer Brustwehre. §. 158 und 159

: : : einer Mauer mit abgestuzten Strebepfeilern. §. 134 und 135

: : : der Strebepfeiler bei einer Futtermauer 155

: : : einer Mauer, so mit der Dicke, Länge und dem Abstande zweier Strebepfeiler im Verhältniß stehet. §. 121 und 122

Dickenformel einer auf beiden Seiten senkrechten Mauer 82

: : : : : : einer Mauer, deren Durchschnitt ein Dreieck ist. §. 92 und 93

: : : : : : einer Mauer mit einem Mauerrechte 97

: : : : : : einer Mauer mit einem verhältnißmäßigen Mauerrechte 98

: : : : : : einer Mauer mit Strebepfeilern gegen den Druck 126

: : : : : : einer Mauer mit Strebepfeilern vor dem Drucke 124

: : : : : : einer Mauer mit Strebepfeilern, welche Abdachungen haben 130

: : : : : : einer Mauer mit abgestuzten Strebepfeilern 134

§. §.

Dickenformel einer Mauer mit erweiterter Grundfläche. §. 136 und 137

= = = = = einer Futtermauer in Festungs= werken 153

= = = = = einer Mauer, wo die Potenz in schiefer Richtung wirket 160

Dickenformeln, wie sie gemacht werden, wenn die Potenz in schiefer Richtung wirket 163

Dicken werden nach Tab. I. gesucht und angegeben. §. 90 und 91

= = = Auseinandersetzung derselben 100

= = = liegen in der Verschiedenheit der Potenzen 110

= = = unter verschiedenen Abschiebe= und Erhöhungswinkeln 125

= = = bei Mauern mit gegen den Druck gebaueten Strebepfeilern. §. 126 u. 127

Druck der schiefen Ebene. §. 24, 26, 28, 29

= = = der Erde, seine Entstehung 38

= = = , unrichtige Beurtheilung ist für den Unternehmer schädlich 51

= = = allgemein bestimmet 54

= = = der Kanonen auf einer Brustwehre 78

= = = der Potenz in schiefer Richtung ... 160

Durchschnitt einer Mauer, wie man sich denselben vorstellen soll 37

§. §.

Durchschnitte, welche bei einerlei Potenzen das wenigste Mauerwerk nöthig haben 94

Durchschnitt, ein dreieckigter, wenn die Potenz in schiefer Richtung wirket. 162

Erde, aufgehäufte, macht mit der Höhe eine Abdachung 36

Eintheilung der Mauer, die kleinste, bringet die richtigste Potenz hervor. §. 47 und 48

Flugsand, was er für einen Winkel mit der Höhe macht 36

Formel, des Belidors, abgekürzt und neu bearbeitet. §. 40, 41, 43, 44 u. 45

= = = des Belidors bei Futtermauern mit Brustwehren. §. 66 und 67

Formeln, ganz besondere, Lit. c und d. 153

Gartenerde, aufgehäufte, was sie für einen Winkel mit der Höhe bildet. 36

Gebrauch Tab. I. §. 56, 57 und 58

= = = Tab. II. 87

= = = Tab. III. IV. und V. 102

Grundfläche, erweiterte, nach Art der Strebepfeiler auf gewisse Distanzen anzubringen 143

= = = = erweiterte, die Durchschnittslinie derselben zu bestimmen 142

§. §.

Hebelarm in mehrere gleiche Theile getheilet und verschiedene Kräfte daran angebracht. 16

" " " in mehrere gleiche Theile getheilet und gleiche Kräfte daran angebracht. 17

" " " in unendliche gleiche Theile getheilet und gleiche Kräfte angebracht. 20

Hebel, einseitiger und zweiseitiger........ 3

Halbmesser.. 53

Hypothenusa, wie die Erde auf dieselbe wirket. 93

Kanonen, den Druck derselben auf einer Brustwehre. 78

Kraft, wenn sie in schiefer Richtung wirket. 160

" " " welche mehreren ungleichen Kräften das Gleichgewicht hält. 16

" " " welche mehreren gleichen Kräften das Gleichgewicht hält 17

" " " welche mehreren gleichzunehmenden Kräften das Gleichgewicht hält....... 18

" " " wird gröser, wenn der Hebelarm abnimmt 19

" " " anfängliche, des Belidors, erwiesen. 42

Kräfte und Lasten eines Hebels sind einander gleich 3

" " " an Winkelhebeln........ 133

" " " bei gleichen Momenten........ 6

§. §.

Kräfte, zusammengesezte, wie sie auf den Ruhepunkt wirken 8

= = = ihre Versetzung. §. 13 14

Kräftenformel, gleichförmig zunehmende. 21

Last, wenn sie von zwei Kräften im Gleichgewicht gehalten wird 11

= = = wenn sie von mehreren Kräften im Gleichgewicht gehalten wird 12

Lasten, wie man sich dieselben bei einer Futtermauer mit Strebepfeilern und Mauerrechte denken soll 149

Länge eines Strebepfeilers, bei einer Futtermauer zu bestimmen 156

Materie einer Mauer, wie sie gewählet werden soll 37

Mathematik, legt jeden Gegenstand richtig vor Augen 2

Mauer, wie man sie betrachten soll 37

= = = = mit einem Mauerrechte, wie man sich die Schwere derselben vorstellen soll 96

Mauern an Heerstraßen. §. 111 112

= = = = mit Strebepfeilern und einem Mauerrechte 149

= = = = ohne Widerstand müssen eine gewisse Dicke haben 79

Mäuerchen an einer Brustwehre 77

§. §.
Mauerdicken, verschiedene 161
Mauerrecht, was es sey 95
= = = = = = = nach den Umständen, die sich darbieten, anzubringen 107
= = = = = = = einer Futtermauer zu erforschen 154
Momente, was sie seyen 4
= = = = = der mittlern und gegebenen Kräfte sind gleich 9
= = = = = unter welcher Bedingniß sie gleich sind 5
= = = = = der Kräfte sind dem Momente der Last gleich 12
Potenz des Belidors näher auseinandergesezt 46
= = = des Belidors bei Futtermauern mit Brustwehren 65
= = = für die Brustwehre 68
= = = für den Durchschnitt der vordern Brustwehre 71
= = = für den Durchschnitt des Bänkleins. 73
= = = durch Rechnung nach der reinen Theorie 74
= = = des Belidors bei Futtermauern, neu entwickelt 66
Potenzen aus Tab. I. entwickelt und angegeben. §. 56, 61 und 64

§. §.

Potenzenformel für jede Mauerhöhe, unter jedem Abschiebewinkel. §. 48, 49

= = = = = für die Abschiebewinkel von 30°, 45°, 60°, und allgemein für jeden Grad 50

= = = = = für alle Abschiebe= und Erhöhungswinkel 52

= = = = = allgemeine, bei Futtermauern mit Brustwehren 73

= = = = = zu verwandeln und andere daraus herzustellen. §. 54 55

= = = = = für die drückende Erde mit einem Aufsatze 59

= = = = = für die drückende Erde mit einem Aufsatze für 30°, 45° und 60° 60

= = = = = wenn die drückende Erde einen Aufsatz, der Erhöhungswinkel aber o = o ist 62

= = = = = eben dieselbe, für den Abschiebewinkel von 30°, 45° und 60°. 63

= = = = = abgekürzte, bei Futtermauern mit Brustwehren in Festungswerken. §. 75 und 76

Praktische Versuche zu Hause mit kleinen Mauern. §. 146 und 147

Redukzion, was dieses bedeute 118

= = = = der Strebepfeiler ganz allein. 115

§. §.
Redukzion der abgedachten Strebepfeiler. 116
= = = = der abgestuzten Strebepfeiler. 117
Regeln der alten griechischen Baukunst. §. 1 und ... 146
Respektive Schwere eines jeden Durchschnitts ... 80
= = = = Schwere eines Strebepfeilers. 119
Ruhepunkt einer Mauer ... 81
= = = = , den gemeinschaftlichen anzugeben ... 7
Sanderde, aufgehäufte, was sie für einen Winkel mit der Höhe macht ... 36
Säulen dienen als Strebepfeiler ... 146
Schiefe Ebene. §. 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29
Schwere einer Fläche, ihre Wirkung ... 81
Schwerpunkt eines Parallelogramms ... 30
= = = = eines Dreiecks ... 32
= = = = , nach welcher Richtung er in den Durchschnitt eines Dreiecks wirket. §. 33 und ... 34
Sockeln, was sie sind ... 145
= = = = in welcher Entfernung sie anzubringen sind ... 145
Strebepfeiler, was das sey ... 113
= = = = = was es bedeute, wenn man sagt, sie seyen vor oder gegen den Druck gebauet ... 114

§. §.

Strebepfeiler, wie sie auf der Hauptmauer zu reduziren sind. §. 115, 116 und 117

= = = = was sie für einen Widerstand leisten, wenn sie vor oder gegen den Druck gebauet sind 120

= = = = wie sie zu betrachten sind, wenn sie eine schiefe Lage haben 128

= = = = mit Abdachungen. §. 129, 130

= = = = abgestuzte 132

= = = = warum man sie in Festungswerken vor dem Drucke bauet 148

= = = = die Länge desselben zu bestimmen 156

Theorie, reine, der Potenzen bei Futtermauern mit Brustwehren. §. 68, 69, 70, 71, 72 und 73

Thonerde, aufgehäufte, was sie für einen Winkel mit der Höhe macht 36

Unrichtigkeiten Belidors 46

Unterlage, welchen Druck sie auszuhalten habe 8

Vereinigungspunkt der Kräfte. §. 8, 10 u. 15

Verhältniß der Kräfte bei gleichen Momenten 5

= = = = der Erdmasse zu dem Mauerwerke 44

§. §.

Verwandlung der Formel, §. 134, in verschiedene vorhergegangene Formeln. 136
= = = = der in §. 150 gefundenen Formel in verschiedene andere Formeln. 153
Vormauern dienen als Strebepfeiler..... 146
Verbindung, schlechte, der Mauersteine und des Mörtels bringet Gefahr... 143
Vorsprünge an Mauern, ihren Nutzen. 144
Winkelhebel, die Anwendung davon..... 22
Wirkung der Potenz in schiefer Richtung auf einen dreieckigten Durchschnitt einer Mauer.................................. 162
Wörtliche Uebersetzung der Belidorischen Potenz.. 39

Folgende Fehler sind vorher zu berichtigen.

Seite VII Zeile 7 anstatt Colonnaten lese man Colonnaden.

Pag. 8 Zeile 10 statt:

$$-[(p + d)(p + 2d) + (p + 3d) \ldots] . \frac{a}{bn}$$

soll seyn:

$$-[(p + d) + (p + 2d) . 2 + (p + 3d) . 3 + \ldots] . \frac{a}{bn}$$

Pag. 8 lezte Zeile statt:

$$P = [(n + 1) . 3p + (n^2 - 1) . ad)] : 6b$$

soll seyn:

$$P = [(n + 1) . 3p + (n^2 - 1) . d] . a : 6b.$$

42
0579
0643
0714
0794
0885
0989
1111
1252
1421
1625
1878
2201

3		
0	20	
1	28	
2	25	
3	29	
4	24	4
5	20	4
6	29	4
7	25	
8	39	
9	37	
0	32	
1	34	

Tab. III.

2	45	48	51	54	57	60
76	0772	1048	1470	2214	4001	∞
92	1412	1908	2749	5258	∞	
57	2305	3261	5521	∞		
84	3736	7937	∞			
66	6798	∞				
00	∞					
∞						

96	1403	1692	2131	2898	4722	∞
38	2070	2572	3447	5997	∞	
27	2992	3969	5786	∞		
81	4454	6683	∞			
95	7552	∞				
54	∞					
∞						

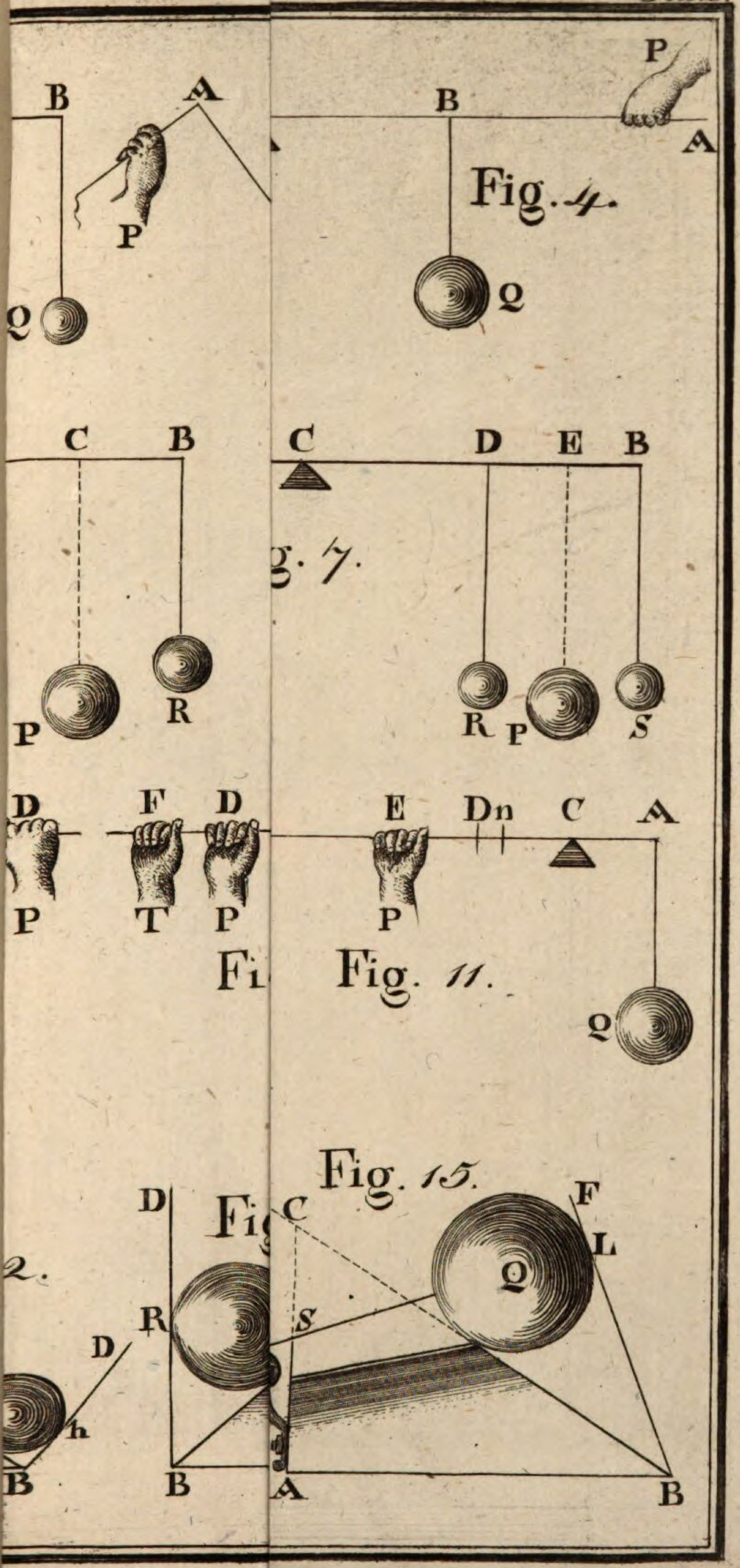
)	42	45	48	51	54	57	60
1	1593	1806	2102	2549	3329	5162	∞
4	2150	2488	3010	3884	6452	∞	
6	2852	3424	4411	6241	∞		
6	3817	4900	7142	∞			
0	5343	8020	∞				
0	8627	∞					
3	∞						

5	1870	2139	2386	2837	3624	5476	∞
5	2433	2776	3303	4184	6762	∞	
0	3144	3722	4713	7030	∞		
2	4115	5204	7453	∞			
1	5649	8334	∞				
8	8942	∞					
9	∞						

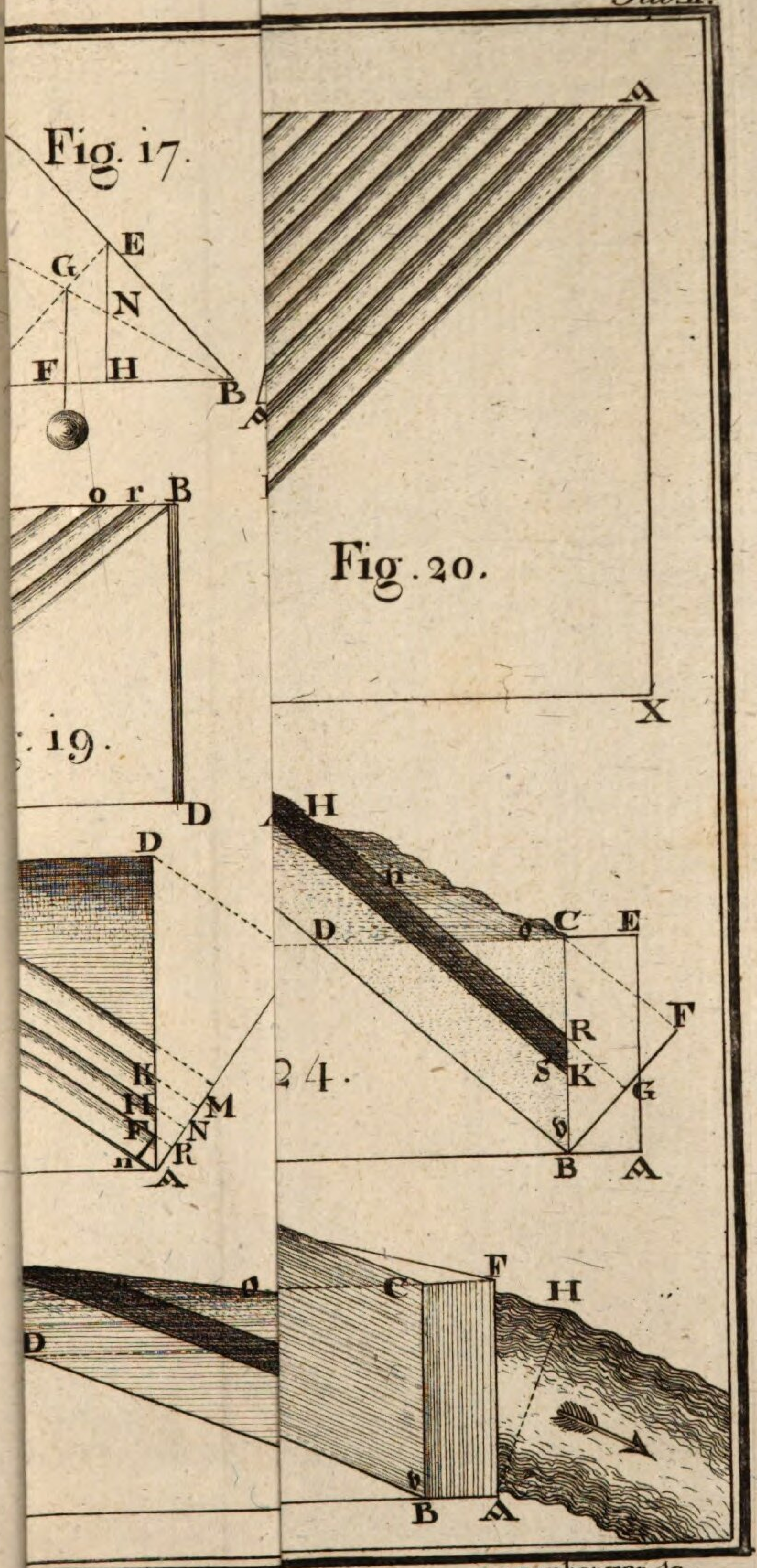
39	42	45	48	51	54	57	60
906	2073	2291	2593	3049	3839	5696	∞
391	2641	2986	3516	4400	6986	∞	
969	3356	3935	4853	7253	∞		
696	4332	5424	7678	∞			
689	5870	8560	∞				
260	9168	∞					
650	∞						
∞							

60	2228	2447	2765	3209	4002	5863	∞
50	2861	3146	3678	5002	7154	∞	
29	3517	4098	5097	7422	∞		
58	4498	5591	7847	∞			
54	6033	8730	∞				
27	9339	∞					
16	∞						
∞							

Tab. I.

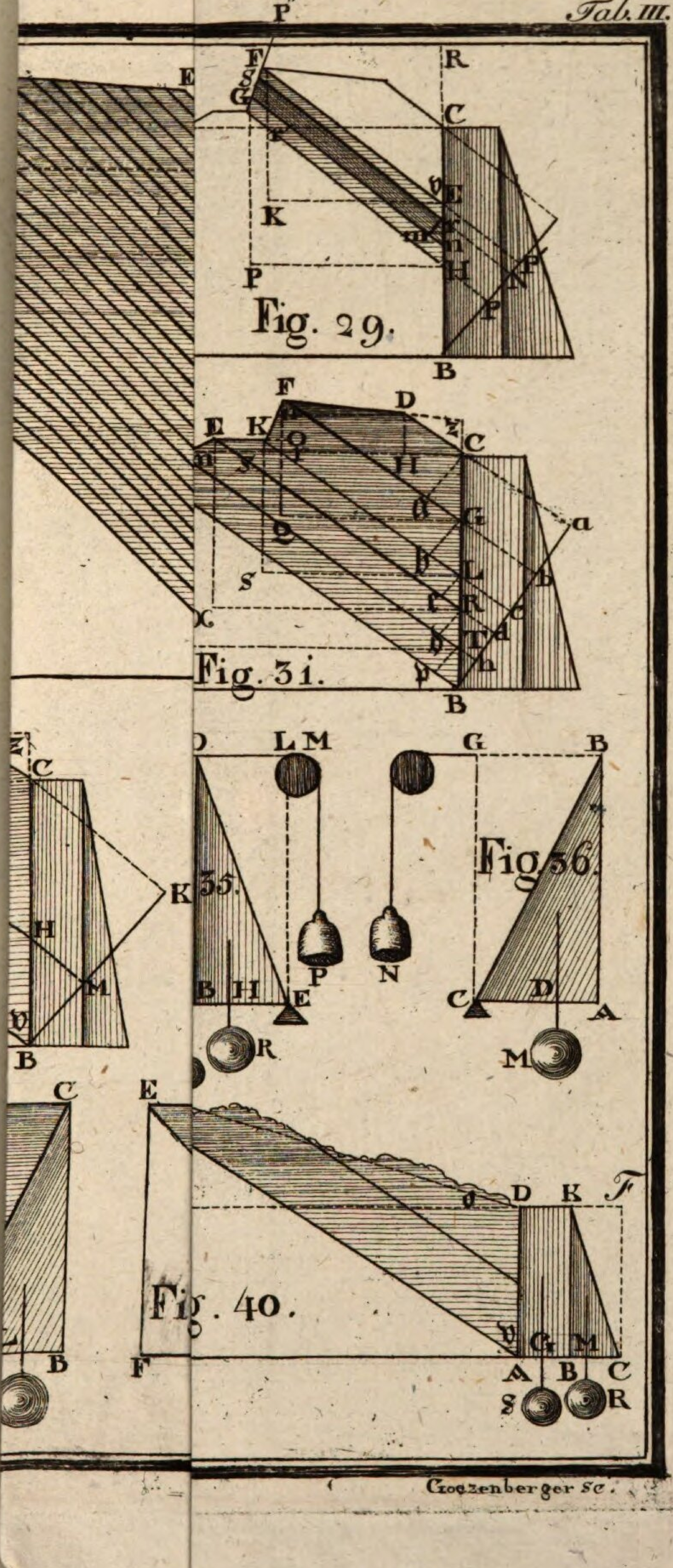


Tab. II.



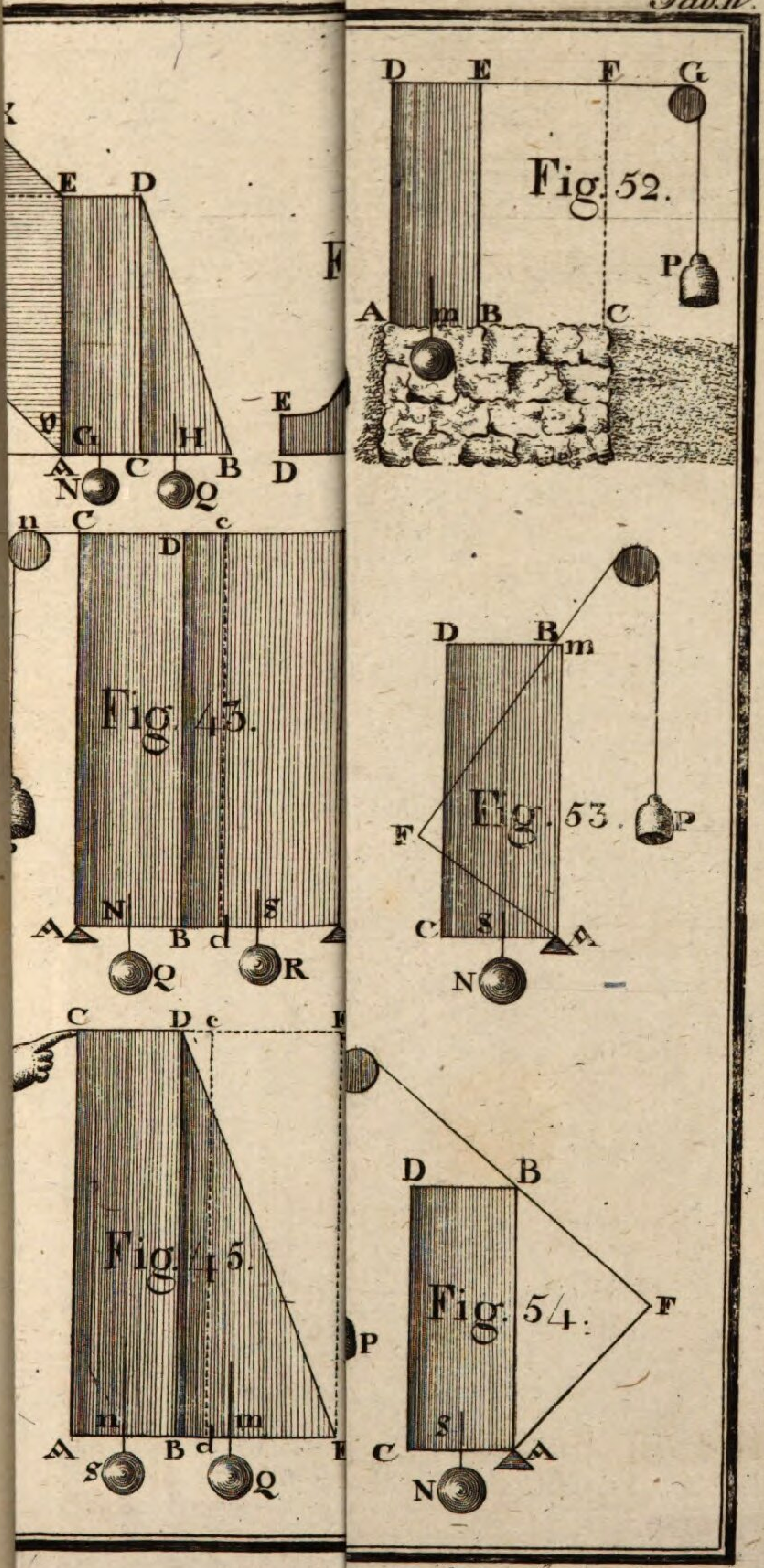
Goezenberger sc.

Tab. III.



Goezenberger sc.

Tab. IV.



Gazenberger sc.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Voßmann, Johann Herrmann,

Handbuch für Ingenieurs und Bauleute enthält die reine Theorie des Drucks der Erde auf allerlei Mauern bei Pracht- und andern Gebäuden, bei Futtermauern in Festungswerken, an Weinbergen, öffentlichen Straßen ec

Mannheim 1804

Res/A.civ. 105
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10912157-6